

Sistemas de numeração

Nos sistemas digitais, recorre-se com frequência a diferentes sistemas de numeração para representar a informação digital.

Sistema de numeração decimal

No sistema de numeração decimal são utilizados os dígitos 0, 1, 2..., 8, 9. Para representar números superiores a 9, utiliza-se uma convenção que atribui significado à posição ocupada por cada dígito. Por exemplo, em função da posição ocupada por cada dígito, o número 6903 traduz um valor numérico calculado por:

$$6903 = 6 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 3 \times 10^0$$

Conforme se pode verificar, um número é expresso através da soma de potências de base 10 multiplicadas pelo respectivo coeficiente (dígito).

Características do sistema de numeração decimal:

Base: 10

Dígitos: 0,1,2...8,9

Potências:

maior peso						menor peso
10^{\dots}	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0	
.....	10000	1000	100	10	1	

Sistema de numeração binário

Em sistemas descritos através de variáveis lógicas recorre-se com frequência ao sistema de numeração de base 2 (binário). A vantagem na utilização deste sistema de numeração resulta da correspondência directa entre os dígitos 0 e 1 e os valores lógicos 0 e 1.

Características do sistema de numeração binário:

Base: 2

Dígitos: 0,1

Potências:

maior peso						menor peso
2^{\dots}	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
.....	16	8	4	2	1	

Neste sistema os dígitos binários representam os coeficientes das potências de base 2. Por exemplo, o número 19 (decimal) é representado pela sequência de dígitos binários

$$10011 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

$$10011 = 16 + 0 + 0 + 2 + 1 = 19$$

Conversão entre o sistema decimal e binário

Considere-se a divisão inteira de N por 2. Dado que cada divisão desloca o ponto decimal em uma posição para a esquerda, temos

$$\frac{N}{2} = \frac{\dots x_8 x_4 x_2 x_1}{2} = \dots x_8 x_4 x_2 \cdot + \text{resto } x_1$$

O dígito menos significativo x_1 corresponde ao resto da divisão inteira e o quociente corresponde a um novo número $N' = \dots x_8 x_4 x_2 \cdot$, onde x_2 passa a ser o dígito menos significativo.

Aplicando divisões sucessivas e considerando o resto, obtém-se a sequência de dígitos binários que representam o número N no sistema de numeração binário. Por exemplo

	19	2			
menos significativo	1	9	2		
		1	4	2	
			0	2	2
				0	1
mais significativo				1	0

$$19_{(10)} = 10011_{(2)} \quad \leftarrow \text{base}$$

Sistema de numeração octal e hexadecimal

Estes sistemas de numeração são bastantes utilizados devido à uma relação especial com o sistema de numeração binário.

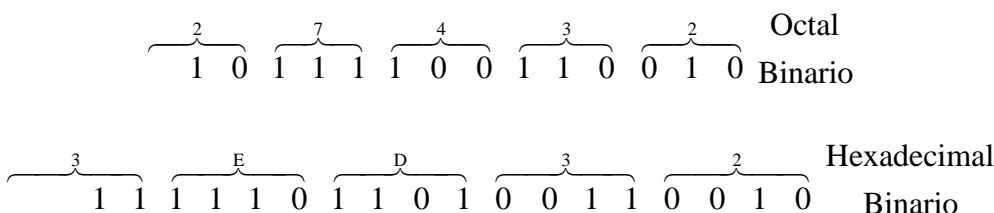
No sistema de numeração octal, a base é 8 e os dígitos utilizados são 0,1,2,3,...,7.

No sistema de numeração hexadecimal, a base é 16 e os dígitos utilizados são 0,1,2...9,A,B,C,D,E,F.

Binário	Octal
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

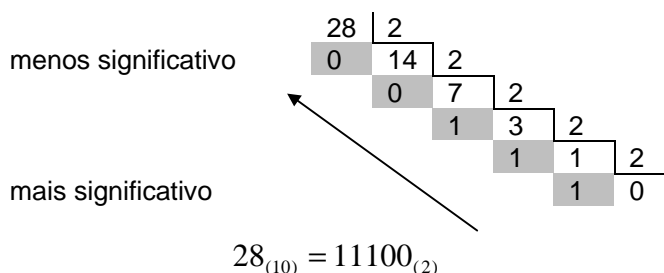
Binário	Hexadecimal
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

A relação especial com o sistema de numeração binário reside no facto de três dígitos binários representarem oito (2^3) números distintos e quatro dígitos binários representarem dezasseis (2^4) números distintos. Esta relação permite efectuar conversões entre estes sistemas de uma forma quase imediata, conforme se pode verificar no seguinte exemplo.



Conversões entre sistemas de numeração

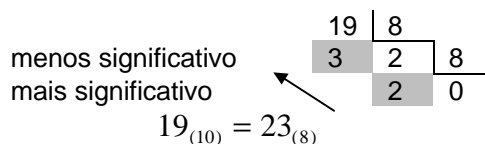
Decimal ⇒ Binário



Binário ⇒ Decimal

$$10101_{(2)} = 1x2^4 + 0x2^3 + 1x2^2 + 0x2^1 + 1x2^0 = 16 + 4 + 1 = 21_{(10)}$$

Decimal ⇒ Octal



Octal \Rightarrow Decimal

$$23_{(8)} = 2 \times 8^1 + 3 \times 8^0 = 16 + 3 = 19_{(10)}$$

Decimal \Rightarrow Hexadecimal

	45	16
menos significativo	D \leftarrow 13	2
mais significativo	2	0

$$45_{(10)} = 2D_{(16)}$$

Hexadecimal \Rightarrow Decimal

$$2D_{(16)} = 2 \times 16^1 + 13 \times 16^0 = 32 + 13 = 45_{(10)}$$

Binário \Leftrightarrow Octal

2	6	0	5	4	Octal
1 0	1 1 0	0 0 0	1 0 1	1 0 0	Binario

Binário \Leftrightarrow Hexadecimal

3	B	A	Hexadecimal
1 1	1 0 1 1	1 0 1 0	Binario

Octal \Leftrightarrow Hexadecimal

Neste caso, teremos que recorrer à conversão intermédia para a base binária ou decimal.

Exemplo : $752_{(8)} = X_{(16)}$

Octal \Rightarrow Binário

7	5	2
1 1 1	1 0 1	0 1 0

conversão para binário = $111101010_{(2)}$

Binário \Rightarrow Hexadecimal

1 1 1 1 0	1 0 1 0
1	E A

$$752_{(8)} = 1EA_{(16)}$$

Octal \Rightarrow Decimal

$$\begin{aligned} 752_{(8)} &= 7 \times 8^2 + 5 \times 8^1 + 2 \times 8^0 \\ &= 7 \times 64 + 5 \times 8 + 2 \\ &= 448 + 40 + 2 \\ &= 490 \end{aligned}$$

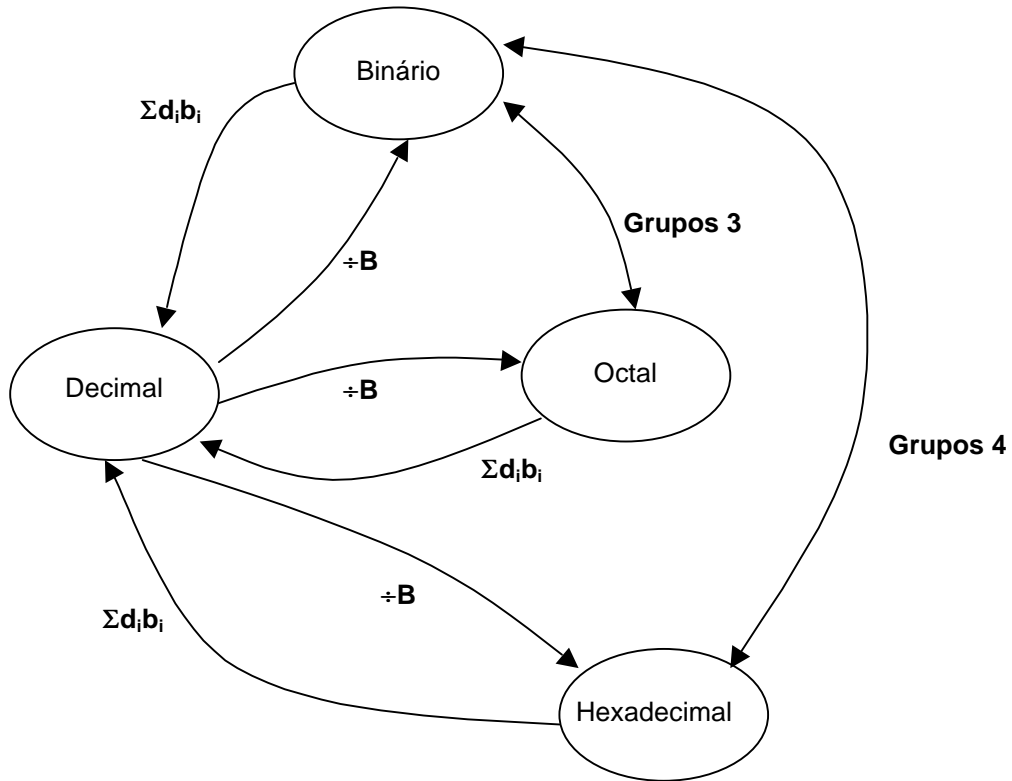
conversão para decimal = $490_{(10)}$

Decimal \Rightarrow Hexadecimal

	490	16
A \leftarrow 10	30	16
E \leftarrow 14	1	16
	1	0

$$752_{(8)} = 1EA_{(16)}$$

Resumindo no grafo ...



Legenda

$\Sigma d_i b_i$

Grupos 3/4

$\div B$

Método

Soma de potências de base b (b_i) multiplicados pelo respectivo dígito (d_i)

Conversão directa entre dígito e grupo

Divisão sucessiva pela base B