

MANUAL DO  
PLANEAMENTO  
DE ACESSIBILIDADES  
E TRANSPORTES

02

# CORRENTES DE TRÁFEGO

**Américo Henrique Pires da Costa**

Professor Associado da  
Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

– Dezembro de 2008

# CORRENTES DE TRÁFEGO

1. INTRODUÇÃO	5
2. DIAGRAMA ESPAÇO-TEMPO	5
3. CARACTERIZAÇÃO MICROSCÓPICA	6
3.1 Tempo entre veículos	6
3.2 Distância entre veículos	7
3.3 Velocidade individual	7
3.4 Principais distribuições de probabilidades usadas em estudos de tráfego	7
4. CARACTERIZAÇÃO MACROSCÓPICA	9
4.1 Débito	9
4.2 Velocidade Média	11
4.3 Concentração	12
4.4 Taxa de ocupação	13
5. RELAÇÃO ENTRE DÉBITO, VELOCIDADE E CONCENTRAÇÃO	14
6. RECOLHA DE DADOS DE TRÁFEGO	14
6.1 Introdução	14
6.2 Programa de recolha de dados de tráfego	14
6.2.1 Definição de objectivos	15
6.2.2 Disponibilidade de dados existentes	15
6.2.3 Definição das variáveis a medir	15
6.2.4 Recursos disponíveis	15
6.2.5 Selecção dos métodos, técnicas e equipamentos de recolha	15
6.2.6 Definição da amostra	15

6.2.6.1 Métodos de amostragem	16
6.2.6.2 Dimensão da amostra	17
6.2.7 Programa de recolha de dados	21
6.3 Medição dos volumes de tráfego	21
6.3.1 Técnicas de contagem de veículos	23
6.4 Medição da velocidade dos veículos	24
6.4.1 Conceitos de velocidade	24
6.4.2 Técnicas de medição	25
6.4.3 Métodos gerais de medição do débito, velocidade e concentração	25
6.4.3.1 Medição num local fixo ao longo do tempo	25
6.4.3.2 Medição num instante fixo ao longo do espaço	26
6.4.3.3 Método do observador móvel	27
7. MATRIZ ORIGEM/DESTINO EM INTERSECÇÕES	30
7.1 Introdução	30
7.2 Formulação geral	30
7.3 Exemplos de aplicação	31
7.3.1 Intersecções com 3 ramos	31
7.3.2 Intersecções com 4 ramos	31
7.3.3 Intersecções interligadas	32
7.3.4 Rotundas	32
7.4 Estimação de matrizes	34
8. MODELOS DE CORRENTES DE TRÁFEGO	37
BIBLIOGRAFIA	40



...the first of these is the fact that the ...

...the second of these is the fact that the ...

...the third of these is the fact that the ...

...the fourth of these is the fact that the ...

...the fifth of these is the fact that the ...

...the sixth of these is the fact that the ...

...the seventh of these is the fact that the ...

...the eighth of these is the fact that the ...

...the ninth of these is the fact that the ...

...the tenth of these is the fact that the ...

...the eleventh of these is the fact that the ...

...the twelfth of these is the fact that the ...

...the thirteenth of these is the fact that the ...

...the fourteenth of these is the fact that the ...

...the fifteenth of these is the fact that the ...

...the sixteenth of these is the fact that the ...

...the seventeenth of these is the fact that the ...

...the eighteenth of these is the fact that the ...

...the nineteenth of these is the fact that the ...

...the twentieth of these is the fact that the ...

...the twenty-first of these is the fact that the ...

...the twenty-second of these is the fact that the ...

# CORRENTES DE TRÁFEGO



## 1. INTRODUÇÃO

Os estudos de tráfego compreendem frequentemente a caracterização de correntes de tráfego constituídas por veículos<sup>1</sup> que se deslocam, durante um período de tempo, num determinado sentido ao longo dum percurso.

Para caracterizar as correntes de tráfego será necessário conhecer o modo como os veículos se distribuem ao longo do espaço e do tempo, o que requer o recurso às probabilidades e à estatística, dado o carácter predominantemente aleatório de algumas variáveis relacionadas com o escoamento de tráfego.

Há essencialmente dois tipos de abordagem no estudo das correntes de tráfego. Um nível microscópico onde os veículos são considerados isoladamente, associando-se variáveis aleatórias e respectiva distribuição de probabilidade aos seus atributos (velocidade, espaçamento, etc.) e um nível macroscópico em que se caracteriza um grupo de veículos através de parâmetros de tendência central e de dispersão.

As variáveis microscópicas mais importantes são o tempo entre veículos, a distância entre veículos e a velocidade individual. Em relação às variáveis macroscópicas há o débito, a concentração, a taxa de ocupação e a velocidade média. Entre estes dois conjuntos de variáveis há naturalmente uma correspondência, como adiante se verá.

5

## 2. DIAGRAMA ESPAÇO-TEMPO

O movimento dos veículos definido pela função  $x(t)$ , sendo  $x$  a distância percorrida pelo veículo desde um ponto de referência e  $t$  o tempo gasto, pode ser representada graficamente num sistema de eixos em que as abcissas correspondem ao tempo e as ordenadas ao espaço, constituindo o *diagrama espaço-tempo* (Figura 1).

A visualização das trajectórias dos veículos na sua progressão ao longo dum itinerário, recorrendo a este tipo de diagrama é uma ferramenta muito útil na análise de vários problemas de tráfego, tais como a coordenação de sinais luminosos, a ultrapassagem entre veículos, a interacção dos veículos em passagens estreitas, etc.

Como se pode verificar pela observação das curvas representadas na Figura 1 é muito fácil ficar a conhecer certos aspectos relacionados com o movimento dos veículos tais como a sua velocidade e aceleração, tendo em conta que estas variáveis correspondem à primeira e segunda derivada da trajectória  $x(t)$ . Assim, conforme a velocidade for constante ou variável a trajectória será, respectivamente, uma recta ou uma curva, tendo neste último caso uma aceleração positiva ou negativa (desaceleração) se a curva for convexa ou côncava. Por outro lado o valor destas grandezas (velocidade e aceleração) dependerá do declive e da curvatura. Na Figura 1 ainda é possível mostrar que o veículo

<sup>1</sup> Neste capítulo apenas serão consideradas as correntes de tráfego constituídas por veículos, sendo as correntes de tráfego de peões analisadas num capítulo específico.

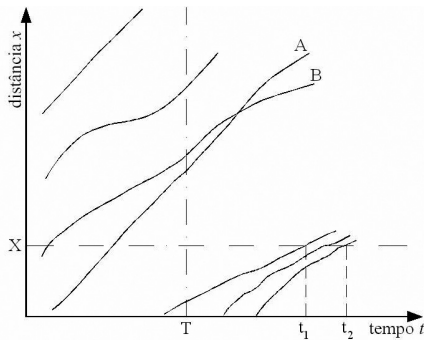


Figura 1 - Diagrama espaço-tempo

B foi ultrapassado pelo veículo A e na secção X os veículos passaram muito próximo uns dos outros entre os instantes  $t_1$  e  $t_2$ .

## 3. CARACTERIZAÇÃO MICROSCÓPICA

### 3.1 TEMPO ENTRE VEÍCULOS

O tempo entre veículos  $h$  é o intervalo de tempo, registado num local fixo, que decorre entre os instantes de passagem de pontos homólogos dos veículos sucessivos. Em geral, é utilizado como ponto de referência o pára-choques ou a roda dianteira dos veículos, admitindo-se que o tempo entre veículos  $h$ , associado ao veículo  $i$ , diz respeito ao intervalo existente antes da sua passagem, isto é, à diferença entre os instantes de passagem dos veículos de ordem  $i-1$  e  $i$ .

No diagrama espaço-tempo da Figura 2 pode observar-se as trajectórias de dois veículos e, para a secção X, o tempo entre veículos referido ao veículo  $i+1$ , dado por:

$$h_{i+1} = t_{i+1} - t_i \quad (1)$$

onde,

$h_{i+1}$  - tempo entre veículos do veículo  $i+1$

$t_i, t_{i+1}$  - instante de passagem do veículo  $i, i+1$

Note-se que o valor de  $h_{i+1}$  inclui o tempo que demora a passar o veículo  $i$  e o intervalo de tempo que decorre entre a passagem do pára-choques traseiro do veículo  $i$  e o pára-choques dianteiro do veículo  $i+1$ .

O tempo entre veículos reflecte a sua proximidade, sendo útil nos estudos de segurança rodoviária, na distinção entre veículos que circulam em regime livre e em regime congestionado, na regulação dos sinais luminosos, nos estudos de capacidade em cruzamentos prioritários, etc.

A distribuição desta variável depende de vários factores (volumes de tráfego, tipo de estrada, composição da corrente de tráfego, condições de visibilidade, etc.). No que respeita ao volume de tráfego pode-se considerar três casos que a seguir são descritos.

a) Os veículos circulam praticamente independentes uns dos outros, com reduzida ou nula interacção entre eles. Os volumes de tráfego são pequenos, sendo o escoamento fluido. Neste caso o tempo entre veículos  $h$  segue uma lei exponencial negativa. A principal crítica relativa à aplicação desta lei consiste no facto de atribuir probabilidade crescente à medida que o valor de  $h$  diminui, atingindo-se a moda na origem ( $h=0$ ). Para resolver esta questão pode efectuar-se uma mudança de origem, resultando uma distribuição exponencial negativa com atraso.

b) Os volumes de tráfego são intensos havendo uma forte interacção entre os veículos que passam com uma cadência praticamente regular. Deste modo o intervalo entre veículos  $h$  pode-se considerar constante, ou admitir-se a existência de ligeiras flutuações em torno do valor médio conduzindo à adopção da lei normal.

c) O caso mais frequente e mais difícil de analisar situa-se entre os dois casos limites atrás apresentados, caracterizando-se por haver uma mistura de veículos estrangulados e veículos livres. Têm sido propostas várias leis (exponencial dupla, gama, lognormal, etc.) com a particularidade comum de poderem representar vários tipos de escoamento em função do valor das estimativas dos respectivos parâmetros.

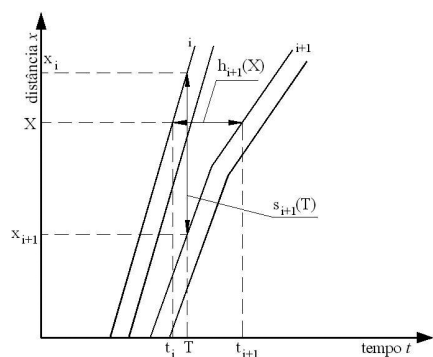


Figura 2 - Tempo e distância entre veículos

As principais propriedades das distribuições mais utilizadas nos estudos de tráfego serão apresentadas mais adiante.

### 3.2 DISTÂNCIA ENTRE VEÍCULOS

A distância entre veículos  $s$  é dada pelo comprimento medido, num determinado instante, entre os pontos homólogos dos veículos sucessivos. Tal como anteriormente utilizam-se como pontos de referência os pára-choques (ou rodas) dianteiros, compreendendo conforme se pode observar na Figura 2, o espaço livre entre os veículos  $i$  e  $i+1$  e o comprimento do veículo  $i$ , isto é:

$$S_{i+1} = X_i - X_{i+1} \quad (2)$$

onde,

$s_{i+1}$  - distância entre veículos associada ao veículo  $i+1$

$x_i, x_{i+1}$  - distância à origem do veículo  $i, i+1$

As variáveis  $s$  e  $h$  estão relacionadas através de:

$$S_{i+1} = h_{i+1} \cdot u_{i+1} \quad (3)$$

onde,

$u_{i+1}$  - representa a velocidade do veículo  $i+1$  durante o tempo  $h_{i+1}$

Embora a distância entre veículos esteja relacionada com certos factores que caracterizam o tipo de escoamento, a sua utilização nos estudos de tráfego é reduzida porque o tipo de informação que se obtém é análoga à anterior, com a desvantagem de ser mais difícil de medir. Um aspecto importante relacionado com esta variável consiste na determinação da distância a respeitar entre veículos, imposta por razões de segurança.

### 3.3 VELOCIDADE INDIVIDUAL

A velocidade (espaço percorrido por unidade de tempo) é uma das variáveis mais importantes associadas às correntes de tráfego. É a partir do seu conhecimento que se define o nível de serviço numa estrada, que se realizam estimativas do consumo de combustível ou das emissões de poluentes, que se elaboram estudos económicos, que se analisa certos aspectos relacionados com a segurança rodoviária, etc.

Medindo a velocidade dos veículos que passam numa secção, ao longo do tempo, o seu valor está longe de ser uma constante e o mesmo aconteceria se a medição fosse, num dado instante, para os veículos que ocupassem uma certa extensão de estrada.

Deste modo trata-se de uma variável aleatória, em que as leis de distribuição normal, lognormal e de Erlang são as geralmente utilizadas nos estudos da velocidade.

Em certos estudos de tráfego é importante ter o registo contínuo da velocidade ao longo dum percurso, o que permitirá obter o perfil de velocidade, marcando num sistema de eixos a velocidade nas ordenadas e a distância percorrida nas abcissas. Distingue-se entre velocidade de percurso (ou velocidade de operação) e velocidade de marcha conforme se tem ou não em conta, respectivamente, o tempo em que o veículo está parado, isto é, no caso da velocidade de marcha é apenas considerado o tempo em que o veículo está em movimento.

### 3.4 PRINCIPAIS DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES USADAS EM ESTUDOS DE TRÁFEGO

Na caracterização microscópica das correntes de tráfego é útil conhecer-se a distribuição estatística das variáveis, podendo estas ser de tipo discreto, tais como o número de veículos ou o número de acidentes ocorrido num intervalo

de tempo, ou de tipo contínuo como seja o caso do intervalo entre veículos sucessivos e a velocidade individual.

Ao longo dos tempos têm sido propostas várias leis estatísticas, entre as quais as mais importantes são a Poisson, a binomial e a binomial negativa no caso da variável discreta e a exponencial negativa, gama, normal e lognormal para as variáveis contínuas.

Para além de se ter de conhecer qual o tipo de lei que melhor serve em cada caso é, também, necessário estimar os respectivos parâmetros, o que se consegue a partir de observações ou de dados históricos.

Nos Quadros 1 e 2 encontram-se várias dessas leis, mostrando-se as propriedades mais importantes e o seu campo de aplicação. Uma vez fixada a lei e conhecidos os parâmetros que a definem, passa a ser possível usá-la no estudo do comportamento da variável associada a determinada situação de tráfego.

Quadro 1 - Distribuições de variável discreta

Nome	$P(x) = P(X=x)$	$E(X)$	$V(X)$	Parâmetros	Aplicação	Propriedades
<b>Poisson</b>	$\frac{m^x}{x!} \cdot e^{-m}$	$m$	$m$	$\hat{m} = \frac{\text{n}^\circ \text{ de veículos}}{\text{n}^\circ \text{ de períodos}}$	Tráfego fluido $\left(I = \frac{s^2}{m} \approx 1\right)$ Número de acidentes num local	$m = \lambda t$ $\lambda$ - n.º médio de ocorrência por unidade de tempo $p(x+1) = \frac{m}{x+1} \cdot p(x)$
<b>Binomial</b>	$C_x^n p^x q^{n-x}$ $q = 1 - p$	$np$	$npq$	$\hat{p} = \frac{m - s^2}{m}$ $\hat{n} = \frac{m}{p}$	Volumes elevados $\left(I = \frac{s^2}{m} \ll 1\right)$ Desrespeito à sinalização	$p(x+1) = \frac{n-x}{x+1} \cdot \frac{p}{q} \cdot p(x)$
<b>Binomial negativa</b>	$C_{x+k-1}^{x+k-1} p^k q^x$ $q = 1 - p$	$\frac{kq}{p}$	$\frac{kq}{p^2}$	$\hat{p} = \frac{m}{s^2}$ $\hat{k} = \frac{m^2}{s^2 - m}$	Dispersão elevada $\left(I = \frac{s^2}{m} \gg 1\right)$	$p(x+1) = \frac{x+k}{x+1} \cdot p \cdot q \cdot p(x)$

Quadro 2 - Distribuições de variável contínua

Nome	f(x)	E(X)	V(X)	Parâmetros	Aplicação	Propriedades
<b>Exponencial negativa com atraso</b>	$\lambda e^{-\lambda(x-\tau)}$	$\frac{1}{\lambda} + \tau$	$\frac{1}{\lambda^2}$	$\hat{\lambda} = \frac{1}{m - \tau}$ $\hat{\tau} = m - s$	Tempo entre veículos	$\tau$ - Intervalo mínimo Relação entre a distribuição exponencial negativa e a de Poisson
<b>Exponencial negativa dupla</b>	$\alpha \lambda_1 e^{-\lambda_1(x-\tau_1)} + (1-\alpha) \lambda_2 e^{-\lambda_2(x-\tau_2)}$			$\lambda_1, \tau_1, \lambda_2, \tau_2$	Tempo entre veículos	$\alpha$ - proporção entre veículos constrangidos
<b>Gama</b>	$\frac{\lambda}{\Gamma(k)} (x\lambda)^{k-1} e^{-\lambda x}$	$\frac{k}{\lambda}$	$\frac{k}{\lambda^2}$	$\hat{k} = \frac{m^2}{s^2}$ $\hat{\lambda} = \frac{k}{m}$	Tempo entre veículos Velocidade	$k=1 \rightarrow$ exponencial $k$ inteiro $\rightarrow$ Erlang $k$ crescente, aleatoriedade decrescente
<b>Erlang</b>	$\frac{\lambda}{(k-1)!} (x\lambda)^{k-1} e^{-\lambda x}$	$\frac{k}{\lambda}$	$\frac{k}{\lambda^2}$	$\hat{k} = \frac{m^2}{s^2}$ $\hat{\lambda} = \frac{k}{m}$	Tempo entre veículos Velocidade	$\Gamma(k) = (k-1)!$ $\Gamma(k-1) = k\Gamma(k)$
<b>Normal</b>	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	$\mu$	$\sigma^2$	$\hat{\mu} = m$ $\hat{\sigma}^2 = s^2$	Velocidade	Simétrica em torno de $\mu$
<b>Lognormal</b>	$\frac{1}{\alpha x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}}$	$e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}}$	$e^{2(\mu + \sigma^2)} - e^{2\mu + \sigma^2}$	$\hat{\mu} = \ln\left(\frac{m^2}{\sqrt{m^2 + s^2}}\right)$ $\hat{\sigma}^2 = \ln\left(1 + \frac{s^2}{m^2}\right)$	Velocidade Tempo entre veículos	$X > 0$ $\ln X \rightarrow$ Normal

## 4. CARACTERIZAÇÃO MACROSCÓPICA

### 4.1 DÉBITO

O débito corresponde à repartição dos veículos no tempo, sendo definido pelo número de veículos que passam numa secção durante um certo intervalo de tempo, exprimindo-se, em geral, em veic/h.

Se  $n(t_1, t_2, x)$  o número de veículos que passam na secção  $x$  durante o intervalo de tempo  $t_2 - t_1$ , o débito é dado por:

$$q(t_1, t_2, x) = \frac{n(t_1, t_2, x)}{t_2 - t_1} \quad (4)$$

Em certos modelos o fluxo de veículos é considerado contínuo e o débito no instante  $t$  e no ponto  $x$  é:

$$q(t, x) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} q\left[t - \frac{\Delta t}{2}, t + \frac{\Delta t}{2}, x\right] \quad (5)$$

Esta variável está relacionada com o valor médio do intervalo entre veículos  $\bar{h}$  através de:

$$q = \frac{1}{\bar{h}} \quad (6)$$

Na determinação do débito o período de tempo de observação é, em geral, inferior a 1 hora. O seu valor corresponderá, portanto, ao volume de tráfego que se escoaria numa hora se fosse mantido o mesmo ritmo de passagem dos

veículos. Esta diferença entre débito e volume de tráfego reside, pois, no facto de o débito referir-se a períodos mais curtos do que a hora, embora sejam ambos expressos nas mesmas unidades (veic/h). Considere-se o seguinte exemplo onde se dispõe de contagens realizadas em 4 períodos sucessivos de 15 minutos:

Intervalo de tempo (hh:mm)	Volume de tráfego (veic/15min)	Débito (veic/h)
10:00 - 10:15	300	1200
10:15 - 10:30	400	1600
10:30 - 10:45	320	1280
10:45 - 11:00	280	1120
Total	1300	

Neste exemplo, durante o período de observação, o volume é igual a 1300 veic/h, enquanto o débito varia entre 1120 veic/h e 1600 veic/h.

Assinale-se que em estudos de capacidade e níveis de serviço recomenda-se a utilização do débito referente ao período de ponta de 15 minutos, que poderá ser obtido através do Factor de Ponta Horária (FPH), dado pelo quociente entre o volume horário e o débito de ponta de 15 minutos, isto é,

$$FPH = \frac{V_{60}}{4 \cdot V_{15}} \quad (7)$$

onde  $V_{15}$  e  $V_{60}$  representam o volume de ponta de 15 minutos e o volume horário respectivamente. Tendo em conta o exemplo anterior o FPH será:

$$FPH = \frac{1300}{4 \times 400} = 0,812$$

O valor de FPH está, em geral, compreendido entre 0,75 e 0,95, embora em termos teóricos possa variar entre 0,25 e 1,00.

Principalmente em fase de planeamento a procura é apresentada em termos de tráfego médio diário anual, TMDA, dado pelo volume total de tráfego que passa nos 2 sentidos numa estrada, durante um ano, dividido pelo número de dias do ano. Em fase de projecto considera-se normalmente o volume horário de projecto, VHP, correspondente ao volume da 30ª hora de ponta (volume horário que é excedido, durante um ano, 29 vezes). Este volume representa um compromisso entre questões de tipo económico e operacional, pois que volumes de projecto mais elevados conduzirão a características da estrada mais exigentes enquanto que para volumes mais baixos há o risco de ocorrência frequente de congestionamento. Isto é mostrado na Figura 3 onde se pode observar que o volume da 30ª hora de ponta corresponde aos pontos das curvas em que há uma mudança acentuada no valor da derivada.

Para converter o TMDA em volume horário de projecto, VHP, multiplica-se o seu valor por duas constantes,  $k1$  e  $k2$ , em que a primeira diz respeito à fracção do TMDA que ocorre na hora de ponta e a segunda à fracção do tráfego da hora de ponta correspondente ao sentido mais carregado. O valor de VHP vem expresso em veículos por hora e por sentido, variando, em geral, o valor de  $k1$ , entre 0,10 e 0,25 e o valor de  $k2$  entre 0,55 e 0,80. Os valores de  $k1$  dependem do tipo de estrada, sendo crescentes à medida que se passa das estradas urbanas para as suburbanas rurais e para as turísticas, atingindo neste último caso os valores mais elevados, conforme se pode ver na Figura 3. Dum modo

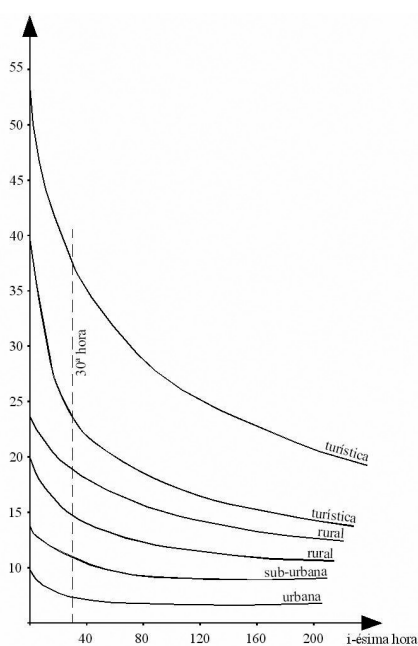


Figura 3 - Curvas de variação do volume de tráfego

geral o valor de  $k_1$  decresce com o aumento do TMDA. Os valores de  $k_2$  têm em conta o desequilíbrio nos volumes de tráfego verificado nas pontas de manhã e da tarde, aumentando à medida que este desequilíbrio se acentua. Deste modo, as vias radiais têm valores de  $k_2$  superiores ao das vias circulares, aproximando-se neste caso de 0,5.

As correntes de tráfego são normalmente heterogéneas compreendendo veículos de características diversas. Tal poderá significar que o mesmo valor de volume de tráfego pode vir a corresponder a correntes de tráfego com comportamentos distintos. É, assim, importante que, de uma forma inequívoca, se possa dispor de uma única unidade de medida do volume de tráfego ou débito, que será obtida a partir do conceito de coeficiente de equivalência (ou de homogeneização), que permite transformar o volume real num outro equivalente constituído apenas por veículos ligeiros. O coeficiente de equivalência representa o número de veículos ligeiros que, nas mesmas condições, produz o mesmo efeito que um veículo duma certa classe. Se for  $q_r$  o débito real compreendendo veículos ligeiros e pesados numa percentagem de  $(1-p)$  e  $p$ , respectivamente e sendo  $E$  o coeficiente de equivalência dos veículos pesados o débito homogeneizado  $q_h$  é dado por:

$$q_h = q_r(1 - p + pE) \quad (8)$$

Generalizando para o caso de dispor de vários tipos de veículo resulta:

$$q_h = q_r(1 - \sum p + \sum pE) \quad (9)$$

#### 4.2 VELOCIDADE MÉDIA

Existem dois conceitos distintos de velocidade média das correntes de tráfego, habitualmente designados por velocidade média no espaço e velocidade média no tempo.

Considere-se uma corrente de tráfego constituída por correntes de tráfego elementares cujos veículos têm todos a mesma velocidade  $u_i$ . Seja  $q_i$  e  $k_i$  o débito e a concentração, respectivamente da corrente de tráfego elementar  $i$ .

A velocidade média no espaço  $u_s$  corresponde, num dado instante, à média ponderada pelas concentrações das velocidades dos veículos observadas num dado segmento da estrada. Esta velocidade pode, então, ser calculada por:

$$u_s = \frac{\sum k_i u_i}{\sum k_i} \quad (10)$$

A velocidade média no tempo  $u_t$  é representada pela média das velocidades dos veículos que passam numa secção durante um certo intervalo de tempo. Atendendo a que se pretende uma velocidade média ao longo do tempo, a ponderação, neste caso, será feita pelos débitos, ou seja:

$$u_t = \frac{\sum q_i u_i}{\sum q_i} \quad (11)$$

A diferença entre estes dois conceitos será melhor compreendida com a ajuda do seguinte exemplo: imagine-se um segmento de estrada com 2 vias circulando na via 1 veículos a uma velocidade de 20m/s espaçados de 40m e na via 2 a velocidade é de 10m/s e os veículos estão espaçados 20m. Um observador colocado em qualquer secção deste segmento de estrada vê, quer na via 1, quer na via 2 os veículos passarem com intervalos de 2 segundos, o que se traduz em débitos iguais nas 2 vias. Sendo a velocidade média no tempo dada pela média

aritmética das velocidades dos veículos que passam numa secção e, tendo em conta que há um igual número de veículos com velocidades de 10m/s e 20m/s, resulta:

$$u_t = \frac{10 + 20}{2} = 15 \text{ m/s}$$

Para a velocidade média no espaço há que atender ao facto de na via 2 existir o dobro dos veículos em relação à via 1, qualquer que seja o instante considerado, pelo que atendendo a (10) obtém-se:

$$u_s = \frac{2 \times 10 + 1 \times 20}{3} = 13,3 \text{ m/s}$$

A velocidade média no espaço é mais sensível à presença de veículos lentos na corrente de tráfego, reflectindo o tempo que os veículos ocupam um determinado segmento de estrada.

É ainda possível demonstrar que estas duas variáveis estão relacionadas através das seguintes equações:

$$u_t = u_s + \frac{\sigma_s^2}{u_s} \quad (12)$$

e,

$$u_s = u_t + \frac{\sigma_t^2}{u_t} \quad (13)$$

onde  $\sigma_s$  e  $\sigma_t$  são a variância em relação às velocidades média no espaço e no tempo, respectivamente.

Assim o valor de  $u_t$  é superior ao valor de  $u_s$ , excepto no caso de todos os veículos circularem à mesma velocidade e, portanto, com variância nula.

12

### 4.3 CONCENTRAÇÃO

A concentração diz respeito à repartição dos veículos no espaço, reflectindo a liberdade de manobra dos condutores e mede-se pelo número de veículos por unidade de comprimento. Assim, a concentração no instante  $t$  num troço de estrada compreendido entre  $x_1$  e  $x_2$  é dada por:

$$k(x_1, x_2, t) = \frac{n(x_1, x_2, t)}{x_2 - x_1} \quad (14)$$

onde  $n(x_1, x_2, t)$  é o número de veículos presentes no instante  $t$  no troço de estrada de comprimento  $(x_2 - x_1)$ .

Da mesma forma que no caso do débito, se for admitido um fluxo contínuo, a concentração no instante  $t$  e na secção  $x$  é definida por:

$$k(x, t) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left( x - \frac{\Delta x}{2}, x + \frac{\Delta x}{2}, t \right) \quad (15)$$

A concentração está relacionada com o valor médio da distância entre veículos  $s$ , através de:

$$k = \frac{1}{s} \quad (16)$$

Em geral a concentração exprime-se em veic/km, ou mais raramente em percentagem do comprimento total da estrada ocupada pelos veículos, calcu-

lada através do quociente entre a soma dos comprimentos dos veículos e o comprimento do troço de estrada em análise. Neste último caso é comum utilizar-se a designação de densidade.

Esta variável é uma das que melhor caracteriza as correntes de tráfego, mas em virtude da dificuldade em medi-la directamente, não tem sido muito utilizada nos estudos de tráfego. Esta situação tem vindo a ser alterada, nos últimos anos, por recurso a uma sua estimativa obtida a partir da taxa de ocupação, como adiante se verá.

#### 4.4 TAXA DE OCUPAÇÃO

Na gestão e controlo de tráfego é cada vez mais frequente o uso de espiras electromagnéticas enterradas no pavimento, que permitem medir o tempo em que uma determinada zona de detecção se encontra ocupada pela presença de veículos.

A taxa de ocupação corresponde à percentagem de tempo em que o sensor se encontra activado pela passagem dos sucessivos veículos, sendo dado por:

$$\phi = \frac{\sum t_i}{T} \times 100 \quad (17)$$

em que,

$\Phi$  - taxa de ocupação

$t_i$  - tempo em que o sensor está activado pela passagem do veículo  $i$

$T$  - tempo de observação

Durante o tempo em que o sensor se encontra ocupado o veículo percorre uma distância igual à soma do seu comprimento com o comprimento da zona de detecção, conforme se mostra na Figura 4. Admitindo que o veículo  $i$  se desloca à velocidade  $u_i$ , resulta:

$$u_i = \frac{l_v + l_d}{t_i}$$

com,

$t_i$  - tempo de presença do veículo  $i$

$l_v$  - comprimento do veículo  $i$

$l_d$  - comprimento da zona de detecção

A velocidade média no espaço é dada por:

$$u_s = \frac{l_v + l_d}{\sum \frac{t_i}{n}}$$

Tendo em conta que, por definição, a concentração é calculada através de:

$$k = \frac{n}{l} = \frac{n}{T \cdot u_s}$$

Resultando,

$$k = \frac{\phi}{l_v + l_d} \cdot \frac{1}{100} \cdot 1000 = \frac{\phi}{l_v + l_d} \times 10 \quad (18)$$

Ao obter-se uma estimativa de  $k$  através de (18), fica ultrapassada a dificuldade atrás apontada, permitindo que a sua utilização possa ser mais frequente.

Eventualmente poder-se-á considerar para  $l_v$  uma média ponderada dos comprimentos dos veículos que integram a corrente de tráfego.

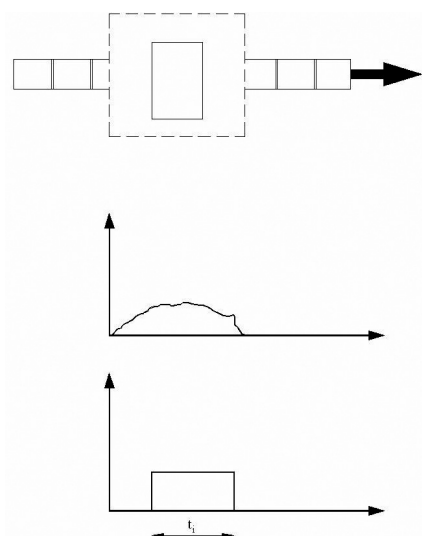


Figura 4 - Esquema de funcionamento dum sensor de veículos

## 5. RELAÇÃO ENTRE DÉBITO, VELOCIDADE E CONCENTRAÇÃO

Considere-se uma corrente de tráfego com débito  $q$ , decomposta em  $n$  correntes de tráfego elementares  $i$ , onde os veículos deslocam-se à mesma velocidade  $u_i$ . O débito e a concentração destas correntes de tráfego  $i$  são, respectivamente,  $q_i$  e  $k_i$ .

Então, o débito total da corrente de tráfego  $q$  é,

$$q = \sum q_i \quad (19)$$

e, a concentração  $k$  é,

$$k = \sum k_i \quad (20)$$

Para a corrente de tráfego elementar  $i$  é válida a seguinte relação:

$$q_i = k_i u_i \quad (21)$$

Tendo em atenção a definição atrás apresentada para a velocidade média no espaço  $e$ , em particular, a expressão (10), resulta:

$$u_s = \frac{q}{k} \quad (22)$$

A relação anterior designa-se por relação fundamental das correntes de tráfego e permite determinar qualquer uma das variáveis, desde que se conheça o valor das outras duas.

## 6. RECOLHA DE DADOS DE TRÁFEGO

### 6.1 INTRODUÇÃO

O aumento do tráfego e uma cada vez maior exigência dos cidadãos na melhoria da qualidade de vida criou uma necessidade crescente em realizar estudos de tráfego, em áreas muito diversas tais como o planeamento de transportes, o projecto de infra-estruturas de transportes, a gestão e o controlo do tráfego, os transportes públicos, a segurança rodoviária, os planos de circulação, o impacto ambiental, etc., podendo os objectivos dos estudos ir desde a calibração e validação de modelos até à monitorização e avaliação do impacto de medidas.

Em todos estes estudos é essencial dispor-se da máxima informação possível, obtida à custa duma conveniente recolha de dados. Esta tarefa tem vindo a tornar-se mais facilitada com o recente avanço tecnológico na informática e nas comunicações que permitiram dispor de equipamentos de medida mais fiáveis, ao mesmo tempo que o processamento e tratamento de dados se tornaram mais simples.

### 6.2 PROGRAMA DE RECOLHA DE DADOS DE TRÁFEGO

Apesar de, conforme foi atrás referido, existirem mais e melhores meios, a recolha de dados de tráfego continua a exigir uma mobilização significativa de recursos, o que justifica uma preparação cuidadosa na sua organização, de

forma a obter-se uma informação útil ao menor custo possível. Este plano deve conter um conjunto de pontos que a seguir serão descritos em pormenor.

#### 6.2.1 DEFINIÇÃO DE OBJECTIVOS

A definição clara dos objectivos que se pretende alcançar é um requisito indispensável para o êxito da recolha de dados e constitui a etapa inicial do processo que irá condicionar as fases seguintes.

Há, como se referiu inicialmente, uma grande variedade de tipos de estudos de tráfego para os quais é necessário conduzir campanhas de recolha de dados que vão desde o processo de calibração e validação dos modelos até ao acompanhamento e fiscalização das medidas de gestão e controlo de tráfego, os quais enquadram os objectivos que devem estar permanentemente presentes no planeamento dos trabalhos de recolha de dados.

#### 6.2.2. DISPONIBILIDADE DE DADOS EXISTENTES

Sendo a recolha de dados uma tarefa que requer uma significativa mobilização de meios materiais e/ou humanos deve ter-se o cuidado de não duplicar a informação credível existente.

A análise desta informação é extremamente útil na identificação das falhas que se torna absolutamente necessário suprir, podendo igualmente condicionar a definição da amostra, bem como das variáveis a medir.

#### 6.2.3. DEFINIÇÃO DAS VARIÁVEIS A MEDIR

Uma vez definidos os objectivos e conhecidos os dados existentes a fase seguinte consistirá em caracterizar convenientemente as variáveis a medir, nomeadamente no que se refere à precisão com que deve ser feito.

Em princípio deve ser escolhido o menor número possível de variáveis, de modo a que por um lado se minimizem os custos e, por outro lado, se disponha dum volume de informação compatível com os compromissos de prazo e os recursos disponíveis para o analisar.

#### 6.2.4. RECURSOS DISPONÍVEIS

A disponibilidade de tempo, recursos humanos e materiais constitui um importante factor a ter em conta na programação da recolha de dados, limitando-a frequentemente.

A solução está em encontrar o equilíbrio entre o consumo de recursos e o ganho de informação obtido.

#### 6.2.5. SELECÇÃO DOS MÉTODOS, TÉCNICAS E EQUIPAMENTO DE RECOLHA

Dependendo da variável escolhida há, em geral, várias alternativas para efectuar a sua medição, desde os métodos mais simples e directos como são os métodos manuais, até aos métodos automáticos que requerem a utilização de equipamento específico.

Cada alternativa apresenta as suas vantagens e desvantagens, havendo necessidade de efectuar uma correcta avaliação que permita encontrar a melhor solução. Note-se que, por vezes, a adopção de determinado método permite obter uma informação extra com um custo adicional reduzido.

Em capítulos seguintes serão apresentados os métodos, técnicas e equipamentos de recolha de dados de tráfego mais utilizados, em função do estudo a realizar.

#### 6.2.6 DEFINIÇÃO DA AMOSTRA

Na impossibilidade de efectuar a recolha de dados relativa ao universo, necessita-se de seleccionar convenientemente um conjunto de unidades que representem satisfatoriamente a população, de modo que seja possível obter conclusões desta a partir da informação recolhida neste conjunto, designado por

amostra. Há, no entanto, que ponderar entre o custo de obter mais informação e, portanto, mais rigor e o custo de faltar informação.

Convém precisar o significado que se atribui aos termos “seleccionar convenientemente” e “representem satisfatoriamente”, o que será feito de forma desenvolvida nos pontos seguintes.

#### 6.2.6.1. Métodos de amostragem

Na selecção da amostra considera-se que todos os indivíduos com idênticas propriedades têm igual probabilidade de integrarem a amostra e o facto de ser incluído um qualquer deles não altera a probabilidade de vir a ser incluído um outro. Pretende-se deste modo obter uma amostra que seja verdadeiramente representativa do universo.

A seguir descrevem-se resumidamente as principais técnicas de amostragem.

##### a) Amostragem aleatória simples

É o método mais simples consistindo em associar um número a cada elemento da população, sendo a amostra constituída pelos elementos que resultam de terem sido seleccionados números aleatoriamente com auxílio, por exemplo, de uma tabela de números aleatórios.

Com este procedimento procura-se garantir as condições acima expressas, isto é, que cada unidade da população tem igual probabilidade de ser incluída na amostra e cada amostra tem igual probabilidade de ser seleccionada.

Este método tem a desvantagem de poder não incluir unidades que, apesar das suas características minoritárias, há interesse em conhecer o seu comportamento integrando-as na amostra.

Por outro lado não é possível aplicar este método sempre que a selecção da amostra se tenha de fazer em “tempo real”, isto é, no momento das observações, como acontece, por exemplo, no estudo do comportamento dos veículos que passam em determinada secção da estrada.

Deste modo a utilização deste método limita-se às situações em que a selecção da amostra se possa fazer antes da campanha de recolha.

##### b) Amostragem sistemática

Neste caso estabelece-se uma numeração ordenada à população, passando a amostra a incluir todas as  $n$ -ésimas unidades da população. É, ainda, um método simples que não exige pessoal especializado para a sua aplicação.

Embora inicialmente, antes da primeira unidade ter sido escolhida, cada elemento da população tenha idêntica probabilidade de ser seleccionado, cada amostra não tem a mesma probabilidade de ser seleccionada, pois que se for escolhido o  $n$ -ésimo elemento, já o não poderá ser o  $(n+1)$ -ésimo.

Este facto poderá enviesar os resultados, particularmente se a ordem de chegada dos elementos tiver significado.

##### c) Amostragem estratificada

Este método compreende a divisão da população em grupos homogêneos, seleccionando-se os elementos de cada grupo a incluir na amostra de acordo com os seguintes critérios:

- Definir o número de elementos de cada grupo correspondente ao peso do grupo na população e aplicar a técnica de amostragem aleatória simples referida anteriormente;
- Retirar aleatoriamente de cada grupo o mesmo número de elementos e ponderar os resultados de acordo com o peso de cada grupo.

Assim, é possível assegurar na amostra a representação dos grupos minoritários com interesse na análise a efectuar.

Por vezes a amostra pode ser constituída pelo conjunto de elementos que possuam uma determinada característica irrelevante para o estudo, como

seria o caso, por exemplo, de serem seleccionados os veículos de uma dada cor, desde que se garanta que a amostra venha a ter a dimensão adequada.

#### d) Amostragem agrupada

Neste caso a população é dividida em grupos, sendo a amostra constituída pelos elementos de um destes grupos. É o que acontece no estudo de geração de viagens quando se selecciona, ao acaso, um conjunto de ruas, efectuando-se o inquérito a todos os moradores que vivam nestas ruas consideradas representativas do universo. Um outro exemplo é o do registo das matrículas dos veículos que terminem num certo dígito previamente fixado.

A aplicação deste método proporciona uma maior facilidade na recolha de dados, tendo, contudo, a desvantagem de poder provocar enfiamentos nos resultados por a amostra não ser representativa da população.

Neste dois últimos métodos, amostragem estratificada e agrupada, a população é dividida em grupos bem definidos. A diferença é que na amostragem estratificada cada grupo tem pequena heterogeneidade entre os seus elementos, mas há uma grande variação de grupo para grupo, enquanto que na amostragem agrupada há uma grande heterogeneidade no seu interior, mas os grupos teriam essencialmente as mesmas características.

#### 6.2.6.2. Dimensão da amostra

O objectivo final da recolha de dados é obter, a partir da amostra, a máxima quantidade possível de informação útil acerca das características da população com o menor custo possível.

O volume de informação a recolher cresce com o tamanho da amostra, consistindo o seu dimensionamento correcto em fixar o número de elementos que a compõem de forma a não haver desperdício de recursos, nem inviabilizar a possibilidade de serem obtidas conclusões credíveis.

O tamanho da amostra depende de três factores:

- Dispersão dos dados;
- Precisão pretendida para os resultados;
- Nível de confiança (ou nível de risco) pretendido.

sendo a sua dimensão  $n$  calculada utilizando-se o conceito de intervalo de confiança aplicado aos métodos de estimação, por intervalos, de parâmetros populacionais.

Seja o caso mais simples onde a variável aleatória (v. a.)  $X$  segue uma distribuição normal de parâmetros  $m$  e  $s^2$ . Demonstra-se que a distribuição amostral da média segue igualmente uma distribuição normal, cujos parâmetros são:

$$\mu_{\bar{X}} = \mu_X \quad \text{e} \quad \sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma_X^2}{n} \quad \text{população infinita} \quad (23)$$

$$\mu_{\bar{X}} = \mu_X \quad \text{e} \quad \sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma_X^2}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1} \quad \text{população finita} \quad (24)$$

com,

$\mu_{\bar{X}}$  – valor esperado de  $\bar{X}$

$\mu_X$  – valor esperado de  $X$

$\sigma_{\bar{X}}^2$  – variância de  $\bar{X}$

$\sigma_X^2$  – variância de  $X$

$N$  – dimensão da população

$n$  – dimensão da amostra

O factor  $\frac{N-n}{N-1}$  designa-se por factor de redução para população finita, sendo o seu valor sempre inferior a 1, para valores de  $n$  superiores a 1, e, aproximando-se de 1 quando  $N$  tender para infinito. Se for utilizada a expressão mais simples referente a populações infinitas, o valor da variância da média amostral da população finita será maior do que na realidade deveria ser.

As expressões anteriores permitem concluir que para se duplicar a precisão caracterizada pelo desvio-padrão, há que aproximadamente quadruplicar o tamanho da amostra.

Resolvendo as equações anteriores em ordem a  $n$  vem:

$$n = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_{\bar{x}}^2} \quad (\text{população infinita}) \quad (25)$$

e,

$$n = \frac{\frac{\sigma_x^2}{\sigma_{\bar{x}}^2}}{1 - \frac{1}{N} + \left(\frac{\sigma_x^2}{\sigma_{\bar{x}}^2}\right) \frac{1}{N}} \quad (\text{população infinita}) \quad (26)$$

Para aplicar as expressões anteriores seria necessário determinar, antes de realizar a recolha, a variância  $\sigma_x^2$  da variável aleatória  $X$ , cuja estimativa é dada por:

$$\hat{\sigma}_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 \quad (27)$$

sendo  $\bar{X}$  a média da amostra

Surge, assim, a dificuldade de para conhecer o tamanho da amostra  $n$  ter de ser esta já conhecida. Para ultrapassar esta situação o valor da estimativa da variância da v. a.  $X$  deve ser obtido, ou por dados históricos de recolhas anteriores, ou através da realização de um ensaio piloto que permita facilmente a sua determinação.

Para a variância da média  $\sigma_{\bar{x}}^2$  o seu cálculo baseia-se nos métodos de estimação por intervalo, definindo-se o grau de incerteza que pode ser tolerado para o resultado, isto é, o grau de confiança que se pretende garantir para que o valor médio da amostra possa ser utilizado como uma estimativa da média da população.

No caso da distribuição normal que se tem vindo a tratar, o intervalo de confiança de  $\mu$  a  $(1 - \alpha) \times 100\%$  é definido por:

$$\text{Prob}(\bar{X} - Z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{x}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{x}}) = (1 - \alpha) \quad (28)$$

onde,

$\bar{X}$  – média da amostra

$\sigma_{\bar{x}}^2$  – desvio-padrão da amostra

$n$  – dimensão da amostra

$Z_{\alpha/2}$  – valor da variável normal reduzida  $Z$  correspondente a uma área  $\alpha/2$  para além dele

O valor de  $Z_{\alpha/2}$  dado pelas tabelas da lei normal reduzida é, nos casos mais comuns de 90% e 95% do nível de confiança, igual a 1,64 e 1,96, respectivamente.

Reescrevendo a expressão anterior, obtém-se,

$$\text{Prob}\left(|\bar{X} - \mu| \leq Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}\right) = (1 - \alpha) \quad (29)$$

Designando  $|\bar{X} - \mu|$  por tolerância  $t$  do valor medido virá:

$$n \geq \left(\frac{Z_{\alpha/2} \sigma_x}{t}\right)^2 \quad (30)$$

ou,

$$n \geq \left(\frac{Z_{\alpha/2} \sigma_x}{p\mu}\right)^2 \quad (31)$$

onde  $p\mu=t$  e em que  $p$  representa o erro permitido expresso em percentagem do valor médio.

Este resultado confirma o referido atrás em relação à dimensão da amostra, fazendo-a depender do nível de confiança adoptado ( $Z_{\alpha/2}$ ), da precisão pretendida para os resultados ( $p\mu=t$ ) e da variabilidade dos dados medidos ( $\sigma_x$ ).

Considerando níveis de confiança de 90% e 95% resulta, tendo em conta a expressão anterior:

$$n \geq \left(\frac{1,96 \sigma_x}{p\mu}\right)^2 = \left(\frac{1,96 Cv}{p}\right)^2 \quad (95\%)$$

ou,

$$n \geq \left(\frac{1,64 \sigma_x}{p\mu}\right)^2 = \left(\frac{1,64 Cv}{p}\right)^2 \quad (90\%)$$

onde  $Cv=\sigma_x/\mu$  é o coeficiente de variação.

Seja o seguinte exemplo, em que se pretende medir o valor médio do volume de tráfego horário, admitindo-se um nível de confiança de 95%, com um erro de 10% do valor correcto e tendo em conta que, segundo um teste piloto realizado o coeficiente de variação é igual a 0,3.

Neste caso o valor de  $n$  será dado por:

$$n \geq \left(\frac{1,96 \times 0,3}{0,1}\right)^2 = 35 \text{ h}$$

Até aqui apenas se considerou populações infinitas, o que a não verificar-se conduzirá a:

$$\text{Prob}\left(|\bar{X} - \mu| \leq Z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{X}}\right) = (1 - \alpha) \quad (32)$$

e, tendo em conta que,

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma_x^2}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1}$$

e fazendo igualmente,

$$p\mu = t = |\bar{X} - \mu|$$

resulta para um nível de confiança de 95%

$$p\mu \leq 1,96 \sigma_{\bar{x}}$$

$$p^2\mu^2 \leq 1,96 \frac{\sigma_x^2}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1} \quad (33)$$

donde,

$$n = \frac{1,96^2 C_v^2 N}{p^2 N - p^2 + 1,96^2 C_v^2} \quad C_v = \sigma_x / \mu$$

Confirmando-se mais uma vez a dependência de  $\underline{n}$  em relação aos 3 factores atrás citados.

Para outras distribuições da v. a.  $X$ , recorre-se ao teorema do Limite Central que atribui ainda a distribuição normal para a distribuição da média amostral, desde que a dimensão da amostra tenda para infinito.

Considere-se como exemplo uma das distribuições que têm maior aplicação na área da Engenharia do Tráfego, a distribuição binomial, em que a v. a. apenas poderá tomar 2 valores, cujas probabilidades associadas aos dois resultados possíveis são  $p$  e  $q=1-p$ . É o caso do comportamento dos condutores (ou peões) de avançar ou não perante os sinais luminosos, ou da utilização do transporte individual ou colectivo para a realização de determinada viagem.

É possível demonstrar que se a v.a.  $X/n$  (proporção) segue uma lei binomial, então à medida que a dimensão da amostra cresce, vai aproximar-se da distribuição normal com média igual  $\underline{p}$  e variância igual a  $p*q$ . Então o intervalo de confiança de  $p$  a  $(1 - \alpha) \times 100\%$  é dado por:

$$t \leq Z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{x}} \quad (34)$$

e

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{pq}{n}} \quad (35)$$

Substituindo, na expressão anterior vem:

$$t \leq Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{pq}{n}} \quad (36)$$

donde resulta,

$$n \geq \frac{Z_{\alpha/2}^2 \cdot pq}{t^2} \quad (37)$$

com,

$p$  – probabilidade de sucesso

$q = 1-p$

$Z_{\alpha/2}$  – valor da variável normal reduzida correspondente a  $\alpha/2$

$t$  – tolerância para o valor da proporção

Dado que  $\underline{p}$  e  $\underline{q}$  são geralmente desconhecidos antes de se efectuar a recolha de dados, poder-se-á atribuir o valor de  $p=q=0,5$  que corresponderá a ter para o produto  $p*q$  o seu valor máximo e, deste modo, obtém-se para  $\underline{n}$  um valor do lado da segurança.

Seja o caso de se pretender saber se o número de pessoas que se deslocam a um centro comercial utilizam o transporte individual ou colectivo, adoptando-

se um nível de confiança de 95% e um erro inferior a 5% para as estimativas de  $\underline{p}$  e  $\underline{q}$ .

Para o valor de  $\underline{n}$  vem:

$$n = \frac{0,5 \times 0,5 \times 1,96^2}{0,05^2} \approx 385$$

Finalmente, no caso dos estudos “antes” e “depois” em que se pretende comparar os valores esperados de duas populações que se distinguem por ter ou não ter sido introduzida a medida cujo efeito se pretende avaliar, os intervalos de confiança para uma amostra de grande dimensão são:

$$\bar{X}_A - \bar{X}_D \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_D^2}{n_D}} \quad (38)$$

Se tal como anteriormente se designar por  $\underline{t}$  a tolerância, vem:

$$t \geq Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_D^2}{n_D}} \quad (39)$$

$$t^2 \geq Z_{\alpha/2}^2 \left( \frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_D^2}{n_D} \right) \quad (40)$$

E, fazendo  $n_A = n_D = n$ , resulta,

$$n \geq \frac{Z_{\alpha/2}^2 (\sigma_A^2 + \sigma_D^2)}{t^2} \quad (41)$$

21

Os índices  $A$  e  $D$  aplicam-se às amostras “antes” e “depois”, mantendo-se inalterado a notação usada anteriormente.

### 6.2.7 PROGRAMA DE RECOLHA DE DADOS

O programa de recolha de dados compreende um conjunto de tarefas que vão desde a preparação da campanha de recolha até ao tratamento e análise dos dados. Em geral este plano inclui as seguintes fases:

- Visita ao local
- Teste do equipamento
- Recrutamento do pessoal
- Treino do pessoal
- Instalação do equipamento
- Ensaio-piloto
- Campanha de recolha
- Processamento de dados
- Remoção do equipamento
- Tratamento e análise dos dados
- Apresentação de resultados

### 6.3 MEDIÇÃO DOS VOLUMES DE TRÁFEGO

As contagens de tráfego têm numerosas aplicações que vão desde o estudo da procura em fase de planeamento, projecto, exploração e manutenção das infra-estruturas viárias, até à avaliação de medidas segundo critérios de eficiência, segurança rodoviária e impactes ambientais.

Há, no entanto, que distinguir entre a procura e os volumes de tráfego obtidos por contagem e que frequentemente são confundidos. Os volumes contados nem sempre correspondem ao valor da procura, pois que esta está sujeita aos eventuais estrangulamentos que limitam a passagem dos veículos. Um caso extremo dá-se com o congestionamento total, onde os veículos estão imobilizados e, portanto, nenhum passará na secção de contagem, o que não significa, evidentemente, que não haja procura. Porém, apesar da importância deste problema já que pode conduzir a falsear a dimensão da procura, nem sempre é fácil detectar a sua existência.

Seja a Figura 5 onde se apresenta esquematicamente a faixa de rodagem de uma auto-estrada, com 2 ramos de entrada consecutivos e 2 ramos de saída, também, consecutivos. No esquema superior indica-se a capacidade em cada secção da auto-estrada variando entre 3000 veic/h e 3400 veic/h, bem como a procura quer na auto-estrada a montante do primeiro ramo, quer em cada uma das entradas/saídas da auto-estrada.

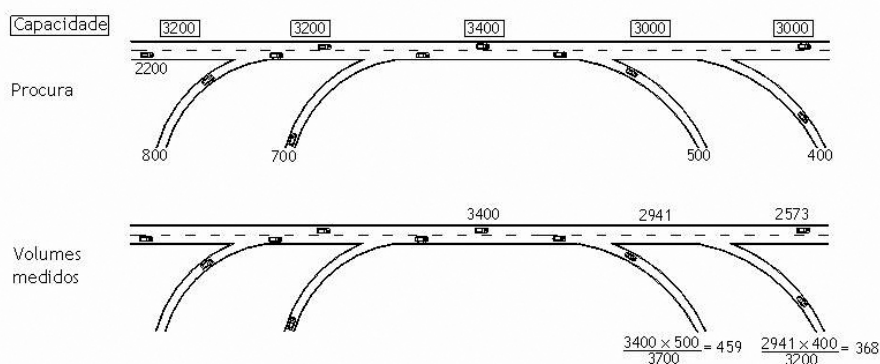


Figura 5 - Exemplo da medição de volumes numa faixa de rodagem de uma auto-estrada

22

Atendendo aos dados da Figura 5 verifica-se facilmente que a procura no tramo central da auto-estrada ( $2200+800+700=3700$ ) ultrapassa o valor da capacidade (3400), que corresponderá ao máximo valor do débito que pode ser obtido por contagem neste local. Para montante propaga-se o congestionamento por este excesso de procura e a jusante quer nos segmentos seguintes da auto-estrada, quer nos ramos de saída, os valores encontrados não são os correspondentes à respectiva procura, mas os que resultam aplicando, por exemplo, uma proporcionalidade directa tendo em conta que efectivamente não vão passar 3700 veic/h, mas sim 3400 veic/h. Isto é, na primeira rampa de saída apenas serão contados 459 veic/h apesar da procura ser 500 veic/h, porque parte dos veículos estão retidos a montante, o mesmo acontecendo nos segmentos seguintes.

Em geral este problema é corrigido somando (ou subtraindo) a variação dos comprimentos da fila de espera observados no início e fim de cada período de contagem do volume de tráfego. Assim, por exemplo, se num período de 15 minutos foram contados 80 veículos e os comprimentos da fila de espera eram 3 e 9 veículos, no início e fim desse período, respectivamente, o valor do volume corrigido será de  $80-3+9=86$  veículos.

Para medir os volumes de tráfego é necessário dar informações precisas do que se pretende, nomeadamente no que se refere à duração do período de contagem (p.e.  $\frac{1}{4}$  h,  $\frac{1}{2}$  h, 1h, 1 dia, 1 ano, etc.), ao espaço ocupado (1 via, faixa de rodagem, etc.), à composição do tráfego (veículos ligeiros, veículos pesados, bicicletas, etc.), ao tipo de movimento (em frente, mudança de direcção, etc.), à afectação das vias (exclusiva, partilhada, etc.) e eventualmente à ocupação dos veículos se for exigido a contagem de passageiros.

### 6.3.1 TÉCNICAS DE CONTAGEM DE VEÍCULOS

As técnicas de contagem de veículos podem agrupar-se conforme haja ou não observadores no terreno, podendo, ainda, considerar-se um outro grupo relativo às contagens por imagem vídeo que, excluído o tratamento automático das imagens vídeo, pode considerar-se entre as contagens manuais e as automáticas.

A selecção da técnica de contagem a utilizar, depende de vários factores tais como, os recursos humanos e materiais disponíveis, as características locais, a precisão exigida para os resultados finais, o volume de dados a recolher e a duração do período de observação.

#### a) Contagens manuais

Neste caso as contagens de veículos são realizadas directamente no local por observadores, a quem anteriormente lhes foi comunicado com clareza as tarefas que iam desempenhar.

É a técnica mais simples não exigindo a colocação em funcionamento de qualquer equipamento de medida e tem a importante vantagem de se poder contar com a capacidade humana de observação, quando esta for necessária, como sejam os casos de se pretender complementarmente a ocupação dos veículos ligeiros, ou a própria contagem exigir que a trajectória dos veículos seja seguida como acontece na contagem dos movimentos direccionais nos cruzamentos.

No caso dos volumes de tráfego e/ou período de observação serem elevados esta técnica deixa de ser aconselhável, já que o esforço exigido ultrapassa as limitações humanas ou então o número de observadores necessário seria incomportável.

A utilização de observadores requer uma fase inicial de aprendizagem, com a realização de um ensaio piloto para testar a exequibilidade da técnica e efectuar, se necessário, as devidas correcções, havendo, também, a necessidade de prever mecanismos de controlo que minimizem os enganos ou eventuais fraudes.

Devem ser proporcionadas condições de comodidade e segurança aos observadores e, para evitar a sua fadiga ou perda de concentração, é geralmente recomendado que as contagens sejam feitas apenas em 80% de cada período de agregação (4 em 5 minutos ou 12 em 15 minutos) multiplicando-se os valores registados por 1,25 para se obterem os valores finais.

Os observadores registam as contagens em impressos especialmente concebidos para o efeito, podendo dispor de equipamentos mecânicos (pressão num botão) ou electrónicos (teclado, écran sensível com a silhueta dos veículos, caneta de leitura de códigos de barras afectos a cada classe/movimento dos veículos) que facilitam a recolha de dados de tráfego e mesmo o seu tratamento, no caso do registo ser electrónico e poder ser facilmente transferível para qualquer software de análise de dados.

#### b) Contagens automáticas

As contagens automáticas requerem a instalação de equipamento de medida no terreno, o que pode obrigar à interrupção da circulação e são especialmente recomendados para períodos longos de observação, que justifiquem o custo da sua aquisição, instalação e manutenção

Em geral a precisão obtida com os contadores automáticos é boa, sendo fácil tratar os dados recolhidos através de software próprio. Contudo, principalmente quando se pretende medir certas variáveis de tráfego que exijam o seguimento da trajectória dos veículos, já não é possível fazê-lo, recorrendo apenas a este tipo de equipamentos.

Estes sistemas baseiam-se na detecção dos veículos que, conforme o tipo de sensores utilizado, pode efectuar a contagem dos eixos dos veículos ou a passagem do veículo com recurso a radiações electromagnéticas. Há num e

noutro caso vários tipos de tecnologias que a seguir se fará referência muito resumidamente das mais importantes.

Tubo pneumático – as rodas dos veículos fazem pressão num tubo de borracha colocado sobre o pavimento e o ar no interior do tubo vai actuar numa membrana que acciona um sinal eléctrico. Apesar do seu custo ser baixo a sua utilização é cada vez menor, devido, por um lado aos problemas de fixação do tubo e à menor precisão associada os resultados, e por outro lado ao avanço tecnológico observado nos outros equipamentos.

Espira de indução – é provavelmente o mais utilizado, consistindo na criação de um campo electromagnético com a passagem de uma massa metálica (veículo) sobre uma espira (cabo eléctrico) enterrada a pouca profundidade no pavimento. Pode classificar veículos e medir velocidades desde que existam um par de espiras.

Piezoeléctrico – o peso do veículo que passa sobre o contador deste tipo constituído por material cerâmico cria um campo eléctrico proporcional à pressão exercida.

Magnético – a passagem de uma massa metálica (veículo) sobre uma placa magnética produz uma deformação no campo magnético que pode ser medida.

Infravermelhos – a passagem de um veículo interrompe a radiação electromagnética, sendo detectado por uma célula.

Micro-ondas – A passagem de um veículo é assinalada por um emissor/receptor de ondas electromagnéticas da gama de frequências micro-ondas.

24

### c) Contagens a partir de imagens vídeo

Neste método são gravadas imagens da(s) corrente(s) de tráfego em análise para posteriormente serem analisadas em gabinete. Como se disse atrás este caso, em princípio, não dispensa no trabalho de contagem de veículos propriamente dito, a presença de observadores, só que estes serão necessários apenas no momento de visionarem as imagens recolhidas e não no terreno, como acontece nos métodos manuais.

A gravação de imagens permite efectuar em qualquer altura a revisão dos acontecimentos para esclarecer qualquer situação que se afigure duvidosa, bem como obter dados suplementares que, eventualmente, poderiam não ter sido previstos inicialmente.

A extracção dos dados a partir das imagens vídeo pode ser feita manualmente preenchendo os impressos especialmente preparados para o efeito, tal como se faria no campo, ou registando directamente em computador fazendo associar as teclas aos diferentes tipos de movimentos/classes de veículos. Recentemente tem sido desenvolvido software de análise das imagens vídeo que permite extrair os dados de forma automática.

## 6.4 MEDIÇÃO DA VELOCIDADE DOS VEÍCULOS

### 6.4.1 CONCEITOS DE VELOCIDADE

Anteriormente já foi feita referência a vários conceitos de velocidade que agora se repetem. Assim, tratando-se de apenas um veículo designa-se por velocidade instantânea a velocidade do veículo num determinado instante e por velocidade média ao longo do espaço a velocidade que resulta dividindo o espaço percorrido pelo tempo. Neste caso distingue-se a velocidade média

de percurso, da velocidade média de marcha, conforme no tempo se inclua ou não as paragens, ou seja na velocidade média de percurso usa-se o tempo total de percurso, enquanto na velocidade média de marcha usa-se apenas o tempo em que o veículo está em movimento. Para um conjunto de veículos formando uma corrente de tráfego há a velocidade média no tempo e a velocidade média no espaço, sendo a primeira a média aritmética das velocidades dos veículos observadas num dado local durante um determinado período de observação e a segunda a média aritmética das velocidades instantâneas dos veículos contidos num determinado espaço.

#### 6.4.2 TÉCNICAS DE MEDIÇÃO

Para medir a velocidade dos veículos pode recorrer-se aos métodos directos em que o mais conhecido é através de um equipamento baseado no efeito Doppler (pistola radar) e os métodos indirectos onde geralmente o que se mede é o tempo que um veículo demora a percorrer um comprimento previamente fixado. Neste caso a medição do tempo pode fazer-se manualmente, ou por via electrónica utilizando, em geral, o mesmo tipo de equipamentos das contagens, mas aos pares distanciados de uma distância fixa, ou, ainda, através das imagens vídeo, podendo neste último caso utilizar software de análise das imagens.

A precisão associada ao valor medido da velocidade é a principal dificuldade dos métodos indirectos, uma vez que será necessário medir os tempos de passagem com grande rigor principalmente para velocidades elevadas dos veículos.

Recentemente têm sido usados para a determinação da velocidade métodos baseados nos sistemas de posicionamento por satélites, o que obriga a ter o equipamento de medida, nomeadamente a placa GPS, embarcado no próprio veículo. A precisão actualmente conseguida é suficiente na maior parte das aplicações, havendo, contudo, algumas dificuldades, em particular em zona urbana, devido a eventuais reflexões do sinal transmitido pelos satélites ou a zonas sombra que impedem a recepção do sinal.

25

#### 6.4.3 MÉTODOS GERAIS DE MEDIÇÃO DO DÉBITO, VELOCIDADE E CONCENTRAÇÃO

Dum modo geral existem três métodos de medição das variáveis macroscópicas das correntes de tráfego:

- Medição num local fixo ao longo do tempo;
- Medição num instante fixo ao longo do espaço;
- Método do observador móvel.

A descrição sumária de cada um dos métodos e, em especial, o modo como se obtém em cada caso os valores das variáveis será apresentado seguidamente.

##### 6.4.3.1 Medição num local fixo ao longo do tempo

Na Figura 6 representa-se num diagrama espaço-tempo as trajectórias dos veículos que compõem uma corrente de tráfego.

Considere-se uma distância elementar  $\Delta x$  e um período de tempo de observação  $T$ . O tempo  $\Delta t_i$  é o tempo gasto por cada veículo  $i$  para percorrer  $\Delta x$ . O débito  $q$  é, segundo a definição, calculado por:

$$q = \frac{n}{T} \quad (42)$$

sendo  $n$  o número de veículos que passam em  $\Delta x$  durante o tempo  $T$ .

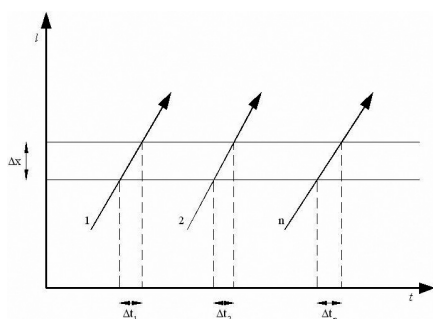


Figura 6 - Observações num local fixo ao longo do tempo

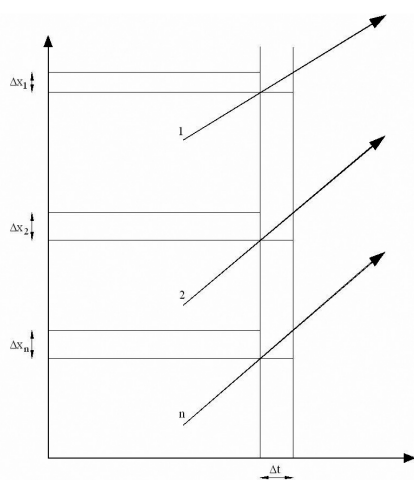


Figura 7 - Medição num instante fixo ao longo do espaço

A concentração  $k$  durante o tempo  $T$ , por ser obtida pelo quociente entre o número médio,  $m$ , de veículos presentes em  $\Delta x$ , e o comprimento  $\Delta x$ , isto é:

$$k = \frac{m}{\Delta x} \quad (43)$$

Ou, admitindo que, o número médio de veículos em  $\Delta x$ , corresponde à taxa de ocupação, vem:

$$k = \frac{\sum t_i}{T} \times \frac{1}{\Delta x} \quad (44)$$

Obtendo-se finalmente,

$$k = \frac{\sum \frac{1}{u_i}}{T} \quad (45)$$

em que,

$u_i$  - velocidade do veículo  $i$

$T$  - tempo de observação

Para determinar a velocidade média no espaço recorre-se à relação fundamental das correntes de tráfego dada por (22),

$$u_s = \frac{q}{k}$$

E atendendo a (42) e (45) vem:

$$u_s = \frac{n}{T} \cdot \frac{T}{\sum \frac{1}{u_i}}$$

Donde se chega ao resultado atrás apresentado em que a velocidade média no espaço é a média harmónica das velocidades individuais, isto é:

$$u_s = \frac{n}{\sum \frac{1}{u_i}}$$

Finalmente a velocidade média no tempo é calculada, segundo a definição, através de:

$$u_t = \frac{\sum u_i}{n}$$

#### 6.4.3.2 Medição num instante fixo ao longo do espaço

Considere-se (Figura 7) um troço de estrada de comprimento  $L$  onde estão presentes  $n$  veículos no intervalo elementar  $\Delta t$ . A concentração é dada por:

$$k = \frac{n}{L}$$

A velocidade média no espaço é calculada através de:

$$u_s = \frac{\sum u_i}{n}$$

Onde (Figura 7),

$$u_i = \frac{\Delta x_i}{\Delta t}$$

Para o débito pode fazer-se um raciocínio idêntico ao que foi feito no caso anterior para determinar a concentração, isto é,

$$q = \frac{n}{T} = \frac{n \cdot u_s}{L}$$

e, atendendo a que,

$$u_s = \frac{\sum u_i}{n}$$

vem,

$$q = \frac{\sum u_i}{L} \quad (46)$$

Em resumo, apresenta-se no Quadro 3 as expressões para o cálculo das variáveis associadas a cada um dos métodos de observação.

Quadro 3 - Determinação das variáveis macroscópicas

	Débito ( $q$ )	Velocidade ( $u_s$ )	Concentração ( $k$ )
<b>Local fixo ao longo do tempo</b>	$q = \frac{n}{T}$	$U_s = \frac{n}{\sum \frac{1}{u_i}}$	$k = \frac{\sum \frac{1}{u_i}}{T}$
<b>Instante fixo ao longo do espaço</b>	$q = \frac{\sum u_i}{L}$	$U_s = \frac{\sum U_i}{n}$	$K = \frac{n}{L}$

27

#### 6.4.3.3 Método do Observador Móvel

Neste caso as medições são realizadas a partir de um veículo-teste que percorre o segmento de estrada em estudo integrado na corrente de tráfego. Trata-se de um método frequentemente utilizado, podendo obter-se um conjunto valioso de informação de uma forma simples e rápida, envolvendo meios materiais e humanos reduzidos.

Especialmente concebido para percursos de sentido duplo, o método do observador móvel consiste em percorrer o segmento de estrada em ambos os sentidos de circulação, anotando-se os seguintes valores:

Sentido da corrente de tráfego em análise

- $n_s$  - número de veículos ultrapassados
- $n_f$  - número de veículos que ultrapassam
- $t_w$  - tempo de percurso no sentido de ida

Sentido contrário ao da corrente de tráfego em análise

- $n_a$  - número de veículos que se cruzam com o veículo-teste
- $t_a$  - tempo de percurso no sentido de volta

Admitindo que se mantém constante o número de veículos que passam no segmento em estudo, durante o tempo ( $t_w+t_a$ ) gasto a percorrê-lo em ambos os sentidos, o seu valor é dado por:

$$n_f - n_s + n_a$$

ou, fazendo

$$n_w = n_f - n_s$$

vem,

$$n_w + n_a$$

O valor  $n_w$  traduz a diferença de andamento entre o veículo-teste e os veículos que compõem a corrente de tráfego, sendo o seu valor positivo se o veículo-teste se desloca com uma velocidade inferior e negativo no caso contrário.

O débito  $q$  da corrente de tráfego em estudo é dado por:

$$q = \frac{n_a + n_w}{t_a + t_w} \quad (47)$$

Dando outra forma à equação (52), vem

$$t_w - \frac{n_w}{q} = \frac{n_a}{q} - t_a = T \quad (48)$$

Cada um dos membros da expressão (48) representa o tempo médio de percurso  $T$  da corrente de tráfego observada, onde  $n_w/q$  é a correcção a aplicar ao tempo gasto pelo veículo-teste que tem em conta a diferença de velocidades entre este veículo e a velocidade média da corrente de tráfego.

Assim, a velocidade média no espaço é dada por:

$$u_s = \frac{L}{T} \quad (49)$$

onde  $L$  é a extensão do segmento de estrada em análise.

Por sua vez a concentração pode obter-se recorrendo à equação fundamental, dividindo o débito  $q$  pela velocidade média no espaço  $u_s$ .

Na prática há necessidade de efectuar uma série de corridas de ida e volta, entre 6 e 12, dependendo o seu número da variabilidade de condições de escoamento que for encontrada, determinando-se os valores médios de cada variável registada para chegar aos valores finais das variáveis macroscópicas  $q$ ,  $u_s$  e  $k$ .

É de grande importância a selecção dos segmentos onde este método pode ser aplicado, pois que se exige uma certa homogeneidade nas características físicas e de tráfego. Isto é, o segmento deve ser interrompido quando haja, por exemplo, uma variação no número de vias da estrada ou um cruzamento que marque condições distintas de tráfego antes e depois dele.

Como atrás foi referido este método é especialmente indicado para trechos de estrada de sentido duplo, já que em estradas de sentido único não é evidentemente possível fazer-se o percurso em sentido oposto. Esta dificuldade é ultrapassada, permitindo a aplicação do método em estradas de sentido único,

fazendo dois conjuntos de corridas no sentido do movimento a velocidades significativamente diferentes, obtendo dois valores de  $t_w$  e  $n_w$ , o que permitirá calcular o débito  $q$  e o tempo médio de percurso  $T$  a partir da resolução do seguinte sistema de equações:

$$T = t_{w1} - \frac{n_{w1}}{q}$$

$$T = t_{w2} - \frac{n_{w2}}{q}$$

Tal como anteriormente devem ser feitas várias corridas de forma a obter-se resultados mais fiáveis.

Um outro possível procedimento para a determinação do débito e tempo de percurso será através da definição da recta que melhor se ajusta (regressão linear) a um conjunto de pontos representativos das corridas marcados num sistema de eixos, em que o eixo das ordenadas representa  $n_w/t_w$  e o das abcissas  $L/t_w$ .

Atendendo às expressões (48) e (49), esta recta tem por equação geral,

$$\frac{n_w}{t_w} = q - \frac{q L}{u_s t_w} \tag{50}$$

pelo que os valores de  $q$  e  $u_s$  resultam da intersecção da recta com os eixos das ordenadas e abcissas, respectivamente, isto é, tendo em conta (50) vem,

$$\frac{n_w}{t_w} = 0 \quad \frac{L}{t_w} = u_s \tag{51}$$

$$\frac{L}{t_w} = 0 \quad \frac{n_w}{t_w} = q \tag{52}$$

Considere-se o seguinte exemplo de aplicação do método de observador móvel num segmento de uma estrada com 1950 metros de extensão, tendo sido feitas um total de 6 corridas de ida e volta. Os valores registados foram os seguintes:

Dados

corrida	sentido de ida				sentido de volta			
	tempo	$n_a$	$n_s$	$n_r$	tempo	$n_a$	$n_s$	$n_r$
1	2:11	41	1	0	1:56	48	2	0
2	2:15	39	3	2	1:52	46	0	2
3	1:50	36	0	2	2:16	51	0	0
4	2:25	44	2	0	1:42	43	1	1
5	2:07	40	1	1	2:02	50	0	2
6	2:05	39	2	1	2:00	47	0	1

Resultados

	valores médios				q (veic/h)*	T (minutos)	$u_s$ (km/h)
	tempo	$n_a$	$n_s$	$n_r$			
ida	2,147	39,83	1,5	1	685	2,19	53,4
volta	1,967	47,5	0,5	1	588	1,92	60,9

\* Para calcular q o valor de  $n_a$  que se usa diz respeito ao sentido contrário

## 7. MATRIZ ORIGEM/DESTINO EM INTERSECÇÕES

### 7.1 INTRODUÇÃO

No estudo de intersecções é indispensável conhecer-se a repartição direccional do tráfego, isto é, os débitos referentes a todos os movimentos possíveis apresentados sob a forma de uma matriz, habitualmente designada por matriz Origem/Destino (Matriz O/D).

Existem vários métodos que podem ser utilizados para a medição dos volumes, desde as contagens directas manuais ou de forma automática especialmente indicadas se não for exigido o seguimento da trajectória dos veículos como é, geralmente, o caso dos movimentos direccionais. Nestes casos o método mais utilizado é o método das matrículas, onde os observadores registam a matrícula dos veículos (em princípio, por simplicidade, basta o registo de parte da matrícula) que posteriormente são confrontadas, actualmente através de programas específicos de cálculo automático, identificando-se os pares de matrículas iguais, fazendo corresponder a cada par uma viagem realizada entre uma determinada origem e destino.

No método das matrículas é geralmente medido o tempo, em intervalos de, por exemplo, 5 minutos, o que permite detectar certos enganos que poderão viabilizar o cruzamento de matrículas não iguais mas semelhantes, desde que observadas num intervalo de tempo aceitável.

Para se conhecer o número de observadores necessários e as tarefas que lhe são destinadas apresenta-se de seguida uma metodologia para a sua determinação, considerando o valor mínimo de observadores para se obter integralmente a matriz O/D, supondo que não haverá erros de qualquer espécie e, portanto, se dispensarem observadores adicionais.

### 7.2 FORMULAÇÃO GERAL

Considere-se uma intersecção (ou rede) com  $n$  ramos de entrada, designando-se por  $q_{ij}$  o débito da corrente de tráfego que se dirige de  $i$  para  $j$  e  $Q_i$  e  $Q'_i$  os débitos totais com origem e destino, respectivamente, no ramo  $i$  e  $j$ , isto é:

$$Q_i = \sum_j q_{ij} \quad i=1, 2, \dots, n \quad (53)$$

$$Q'_j = \sum_i q_{ij} \quad j=1, 2, \dots, n \quad (54)$$

O número total de correntes de tráfego (variáveis) é:

$$n^2 + 2n.$$

onde,  $n^2$  corresponde ao total dos  $q_{ij}$  e  $2n$  aos  $Q_i$  e  $Q'_j$ .

Entre estas variáveis existem  $2n$  equações de ligação independentes do tipo indicado em (xy) e (xz).

Resulta, assim, um sistema indeterminado de  $2n$  equações com  $(n^2+2n)$  incógnitas, pelo que para a sua resolução necessita-se de conhecer  $n^2$  variáveis independentes.

Entre estas podem distinguir-se os  $q_{ij}$  chamados débitos interiores, e os  $Q_i$  e  $Q'_j$ , débitos exteriores, que em geral são mais fáceis de medir do que aqueles pois não exigem o seguimento da trajectória dos veículos.

Atendendo que  $\sum Q_i = \sum Q'_j$ , o número de débitos exteriores independentes é  $(2n-1)$ . Sendo estes, como se referiu, mais fáceis de medir, é normal começar

por eles, reduzindo o problema em saber quais os débitos interiores independentes que é necessário medir e cujo número é dado por:

$$n^2 - (2n - 1) = n^2 - 2n + 1 = (n - 1)(n - 1)$$

Por outro lado, admitindo-se que, como em alguns casos acontece, não serem possíveis os movimentos de inversão de marcha no interior da intersecção, isto é,  $q_{ii}=0$ , o problema transforma-se em:

n.º de correntes de tráfego -  $n(n-1)+2$

n.º de equações -  $2n$

n.º de variáveis a medir -  $n(n-1)$

n.º de débitos exteriores -  $2n-1$

n.º de débitos interiores -  $n^2-3n+1$

Pode, assim, aplicar-se as seguintes regras na organização do processo e medição:

a) são permitidos movimentos de inversão de marcha:

- medir os  $(2n-1)$  débitos exteriores

- medir os  $(n-1)$  débitos interiores em  $(n-1)$  ramos

b) não são permitidos movimentos de inversão de marcha:

- medir os  $(2n-1)$  débitos exteriores

- medir os  $(n-2)$  débitos interiores em  $(n-2)$  ramos

- medir os  $(n-3)$  débitos interiores em, apenas, um dos outros dois ramos

Saliente-se que, em qualquer dos casos, o que interessa conhecer é, sempre, o número total de variáveis a medir, sendo a sua repartição por débitos interiores e exteriores dependentes das características particulares da zona em estudo e do equipamento e/ou número de observadores disponíveis.

## 7.3 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

31

### 7.3.1 INTERSECÇÕES COM 3 RAMOS

Considerando não existir movimentos de inversão de marcha, obtém-se:

n.º de correntes de tráfego - 12

n.º de equações - 6

n.º de variáveis a medir - 6

n.º de débitos exteriores - 5

n.º de débitos interiores - 1

Assim, ter-se-á de escolher um movimento cujo seguimento da trajectória seja fácil para se obter a solução final.

### 7.3.2 INTERSECÇÕES COM 4 RAMOS

Continuando a admitir que não há movimentos de inversão de marcha, obtém-se:

n.º de correntes de tráfego - 20

n.º de equações - 8

n.º de variáveis a medir - 12

n.º de débitos exteriores - 7

n.º de débitos interiores - 5

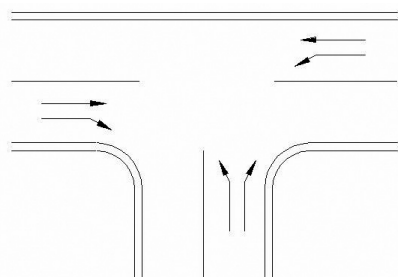


Figura 8 - Intersecção com três ramos

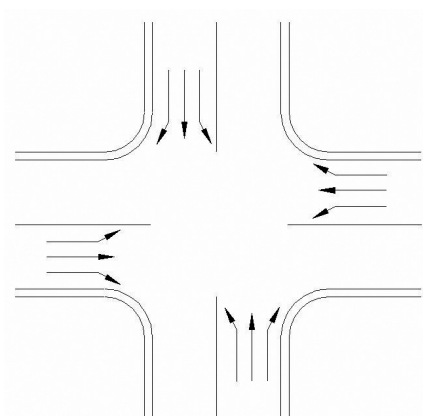


Figura 9 - Intersecção com quatro ramos

### 7.3.3 INTERSECÇÕES INTERLIGADAS

Esta situação pode ser encarada de dois modos distintos. No caso de se pretender apenas conhecer o funcionamento isolado de cada intersecção, o estudo deverá ser realizado individualmente para cada uma delas, tal como descrito anteriormente, tendo em atenção que se o ramo de ligação entre os cruzamentos é origem para uma será destino para a outra e vice-versa.

As intersecções serão agrupadas e consideradas conjuntamente no caso de se pretender conhecer integralmente os débitos entre quaisquer pares de ramos.

Supondo duas intersecções interligadas com  $n_1$  e  $n_2$  ramos de entrada, o cruzamento equivalente a estudar disporá de  $(n_1 + n_2 - 2)$  ramos.

Convém, no entanto, salientar que neste último caso ter-se-á, geralmente, de se recorrer ao registo das matrículas dos veículos e posterior tratamento da respectiva informação.

Seja o caso da figura 10 onde há 2 intersecções com 4 e 3 ramos. Como se referiu o estudo global dos movimentos envolvidos nestas intersecções determina a criação de uma intersecção equivalente com  $(4 + 3 - 2 = 5)$  ramos. Admitindo que não podem existir movimentos de inversão de marcha, resulta:

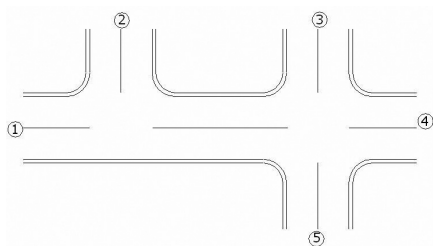


Figura 10 - Intersecções interligadas

- n.º de correntes de tráfego - 30
- n.º de equações - 10
- n.º de variáveis a medir - 20
- n.º de débitos exteriores - 9
- n.º de débitos interiores - 11

Por ser mais conveniente a utilização do método de registo das matrículas de veículos é mais vantajoso considerar 8 débitos exteriores e 12 débitos interiores em vez de 9 e 11, respectivamente, conforme se pode observar pela análise da seguinte matriz:

	1	2	3	4	5	$\Sigma$
1	0					
2		0	$q_{23}$	$q_{24}$	$q_{25}$	$Q_2$
3		$q_{32}$	0	$q_{34}$	$q_{35}$	$Q_3$
4		$q_{42}$	$q_{43}$	0	$q_{45}$	$Q_4$
5		$q_{53}$	$q_{53}$	$q_{54}$	0	$Q_5$
$\Sigma$		$Q'_2$	$Q'_3$	$Q'_4$	$Q'_5$	

Contagem e registo das matrículas

$q_{ij}$  Contagem e registo das matrículas

### 7.3.4 ROTUNDAS

Em rotundas, principalmente nas de tipo clássico com placa central de raio elevado, continua a ser aplicável de uma forma geral a metodologia atrás apresentada, considerando, porém, que podem ocorrer movimentos de inversão de marcha.

Para o caso de uma rotunda de 4 ramos, vem:

- n.º de correntes de tráfego - 24
- n.º de equações - 8
- n.º de variáveis a medir - 16
- n.º de débitos exteriores - 7
- n.º de débitos interiores - 9

Associando a respectiva matriz direccional de tráfego vem:

	1	2	3	4	Σ
1					Q <sub>1</sub>
2		q <sub>22</sub>	q <sub>23</sub>	q <sub>24</sub>	Q <sub>2</sub>
3		q <sub>32</sub>	q <sub>33</sub>	q <sub>34</sub>	Q <sub>3</sub>
4		q <sub>42</sub>	q <sub>43</sub>	q <sub>44</sub>	Q <sub>4</sub>
Σ		Q' <sub>2</sub>	Q' <sub>3</sub>	Q' <sub>4</sub>	

Contagem

Contagem e registo das matrículas

q<sub>ij</sub> Determinado pela confrontação das matrículas registadas

Se a rotunda tem apenas 3 ramos há necessidade de, para além da medição dos 5 débitos exteriores, medir (n - 1)(n - 1) = 4 débitos interiores.

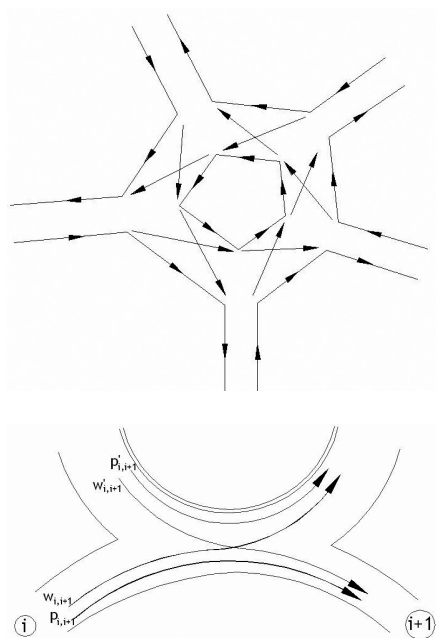
Neste caso particular pode introduzir-se uma ligeira modificação ao método anterior, de modo a simplificar a tarefa de contagem. Assim, os 4 débitos interiores correspondem a:

- movimentos circulares periféricos, isto é, q<sub>12</sub>, q<sub>23</sub>, q<sub>31</sub>;
- movimento que passa em frente de um qualquer ramo. Se for, por exemplo o 1, este débito não inclui os veículos de 2 para 1, bem como os veículos que vão de 2 para 3. Portanto, o seu valor será igual a q<sub>22</sub> + q<sub>32</sub> + q<sub>33</sub>.

Esta equação juntamente com as 5 equações correspondentes à soma das linhas e colunas dos Q e Q' medidos permite determinar todos os débitos em falta, através da resolução do sistema de 6 equações a 6 incógnitas.

Por último apresenta-se o caso em que os débitos pretendidos dizem respeito às secções de entrecruzamento da rotunda, isto é, os débitos das correntes de tráfego circulares periféricas de tráfego que entrecruzam, conforme se pode observar na figura 11.

33



O número total de variáveis é (2n + 4n) = 6n representando a primeira parcela os débitos de entrada e saída pelos ramos da rotunda (Q<sub>r</sub>, Q'<sub>j</sub>) e a segunda parcela refere-se aos débitos na secção de entrecruzamento (p<sub>i,j+1</sub>, p'<sub>i,j+1</sub>, w<sub>i,j+1</sub>, w'<sub>i,j+1</sub>).

Entre estas variáveis existem 3n equações de ligação independentes do seguinte tipo (ver figura 11):

$$Q_i = w_{i,i+1} + p_{i,i+1} \tag{55}$$

$$Q'_{i+1} = w'_{i,i+1} + p'_{i,i+1} \tag{56}$$

$$w_{i-1,i} + p'_{i-1,i} = p'_{i,i+1} + w'_{i,i+1} \tag{57}$$

Resultam, assim, 3n variáveis independentes cujo valor é necessário medir. Se forem medidas os (2n - 1) débitos exteriores independentes, restam (3n - 2n + 1 = n + 1) débitos interiores que, em princípio, vão corresponder aos n débitos das correntes de tráfego circulares periféricos exteriores, do tipo q<sub>i,j+1</sub>, e a um outro qualquer débito.

Figura 11 - Correntes de tráfego nas secções de entrecruzamento de uma rotunda

## 7.4 ESTIMAÇÃO DE MATRIZES

Até agora admitiu-se que era sempre possível dispor-se de observadores e/ou contadores automáticos de tráfego em número suficiente para à custa dos elementos medidos se obter todos os outros em falta.

Se tal não for possível é necessário encontrar valores que de alguma forma substituam as medições não efectuadas, estimando-se, por exemplo, que um determinado movimento corresponde a uma certa percentagem de um débito medido, o que permite continuar o cálculo dos outros elementos pelo método habitual.

Um outro problema consiste em ter uma matriz desactualizada da repartição direccional do tráfego e pretender-se obter a nova matriz a partir de, apenas, contagens recentes dos débitos de entrada e saída ( $Q_i, Q'_j$ ). Trata-se, então, de determinar os valores mais "prováveis" dos elementos da matriz que satisfaçam as restrições traduzidas pelas equações correspondentes às somas das linhas e das colunas.

Existem vários métodos para resolver esta questão, apresentando-se muito sumariamente um deles, Método de Furness, que pertence aos modelos baseados no factor de crescimento. O processo iterativo de cálculo consiste em calcular alternadamente os elementos das linhas e das colunas até que seja satisfeito um certo critério de convergência, definido antecipadamente, que poderá ser, por exemplo, o da diferença entre os débitos totais de duas iterações consecutivas não ser superior a um determinado valor.

As equações a utilizar são:

$$q_{ij}^k = \frac{Q_i}{\sum_{j=1}^n q_{ij}^{k-1}} \cdot q_{ij}^{k-1} \quad i=1, 2, \dots \quad (58)$$

$$q_{ij}^{k+1} = \frac{Q'_j}{\sum_{i=1}^n q_{ij}^k} \cdot q_{ij}^k \quad j=1, 2, \dots \quad (59)$$

onde,  $q_{ij}^0$  são os elementos da matriz primitiva correspondente aos dados históricos e  $Q_i$  e  $Q'_j$  são os débitos totais medidos actualmente.

Essencialmente a 1ª equação é usada para satisfazer as restrições correspondentes às linhas, enquanto que a 2ª equação faz o mesmo para as colunas. O processo iterativo converge para satisfazer simultaneamente estes dois tipos de equações, sendo o número de iterações definido pelo critério de paragem considerado.

### Exemplo de aplicação do Método de Furness

Pretende-se estimar a nova matriz O/D de uma rotunda com 3 ramos, da qual se conhecem os actuais débitos totais e uma matriz entretanto já desactualizada. Esses dados são os seguintes:

Matriz desactualizada:				Débitos totais actuais:	
	1	2	3	$Q_1 = 160$	$Q'_1 = 140$
1	10	30	40	$Q_2 = 90$	$Q'_2 = 80$
2	20	20	20	$Q_3 = 90$	$Q'_3 = 120$
3	40	30	20		

Considerou-se que o processo iterativo pára quando os factores  $A_i = \frac{Q_i}{\sum_{j=1}^n q_{ij}^{k-1}}$  ou  $B_j = \frac{Q'_j}{\sum_{i=1}^n q_{ij}^k}$  sem encontram situados num intervalo entre 0,9 e 1,1.

1ª Iteração:

$$A_1 = \frac{Q_1}{\sum_{j=1}^3 q_{1j}^0} = \frac{160}{(10 + 30 + 40)} = 2$$

$$A_2 = \frac{Q_2}{\sum_{j=1}^3 q_{2j}^0} = \frac{90}{(20 + 20 + 20)} = 1,5$$

$$A_3 = \frac{Q_3}{\sum_{j=1}^3 q_{3j}^0} = \frac{90}{(40 + 30 + 20)} = 1$$

Os débitos  $q_{ij}^1$  são obtidos por:

$$q_{ij}^1 = \frac{Q_i}{\sum_{j=1}^n q_{ij}^0} \cdot q_{ij}^0 = A_i q_{ij}^0$$

ou seja, multiplicando os elementos da matriz primitiva pelos correspondentes valores de  $A_i$ , surge a seguinte matriz:

	1	2	3	$\Sigma$	Dados
1	20	60	80	160	160
2	30	30	30	90	90
3	40	30	20	90	90
$\Sigma$	90	120	130		
Dados	140	80	120		

2ª Iteração:

$$B_1 = \frac{Q'_1}{\sum_{i=1}^3 q_{i1}^1} = \frac{140}{(20 + 30 + 40)} = 1,55$$

$$B_2 = \frac{Q'_2}{\sum_{i=1}^3 q_{i2}^1} = \frac{80}{(60 + 30 + 30)} = 0,67$$

$$B_3 = \frac{Q'_3}{\sum_{i=1}^3 q_{i3}^1} = \frac{120}{(80 + 30 + 20)} = 0,92$$

Os débitos  $q_{ij}^2$  são obtidos por:

$$q_{ij}^2 = \frac{Q_i}{\sum_{j=1}^n q_{ij}^1} \cdot q_{ij}^1 = B_j \cdot q_{ij}^1$$

multiplicando os elementos da matriz obtida anteriormente pelos correspondentes valores de  $B_j$ , surge a nova matriz:

	1	2	3	$\Sigma$	Dados
1	31,1	40	73,8	144,9	160
2	46,7	20	27,7	94,4	90
3	62,2	20	18,5	100,7	90
$\Sigma$	140	80	120		
Dados	140	80	120		

3ª Iteração:

$$A_1 = \frac{Q_1}{\sum_{j=1}^3 q_{1j}^2} = \frac{160}{(31,1 + 40 + 73,8)} = 1,10$$

$$A_2 = \frac{Q_2}{\sum_{j=1}^3 q_{2j}^2} = \frac{90}{(46,7 + 20 + 27,7)} = 0,95$$

$$A_3 = \frac{Q_3}{\sum_{j=1}^3 q_{3j}^2} = \frac{90}{(62,2 + 20 + 18,5)} = 0,89$$

Os débitos  $q_{ij}^3$  calculados por:

$$q_{ij}^3 = \frac{Q_i}{\sum_{j=1}^n q_{ij}^2} \cdot q_{ij}^2 = A_i \cdot q_{ij}^2, \text{ originam a seguinte matriz:}$$

	1	2	3	$\Sigma$	Dados
1	34,3	44,2	81,5	160	160
2	44,5	19,1	26,4	90	90
3	55,6	17,9	16,5	90	90
$\Sigma$	134,4	81,2	124,4		
Dados	140	80	120		

4ª Iteração:

$$B_1 = \frac{Q'_1}{\sum_{i=1}^3 q_{i1}^3} = \frac{140}{(34,3 + 44,5 + 55,6)} = 1,04$$

$$B_2 = \frac{Q'_2}{\sum_{i=1}^3 q_{i2}^3} = \frac{80}{(44,2 + 19,1 + 17,9)} = 0,99$$

$$B_3 = \frac{Q'_3}{\sum_{i=1}^3 q_{i3}^3} = \frac{120}{(81,5 + 26,4 + 16,5)} = 0,96$$

O processo iterativo pára, uma vez que está cumprido o critério de paragem.

## 8. MODELOS DE CORRENTES DE TRÁFEGO

Tendo em conta a relação fundamental das correntes de tráfego definida por  $q = k \times u_s$ , será possível, em teoria, obter um mesmo resultado de uma das variáveis para um número infinito de combinações das outras duas. Porém, na prática tal não acontece, existindo relações entre pares de variáveis, que se apresentam esquematicamente na Figura 9, que limitam fortemente aquela possibilidade. No seu conjunto estas relações são redundantes, bastando conhecer apenas uma delas para que, com a ajuda da relação fundamental, se chegue facilmente às outras duas.

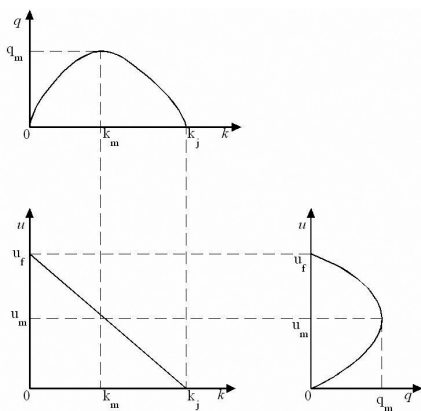


Figura 12 - Relação  $(u-k)$ ,  $(q-k)$  e  $(u-q)$

As características principais destas relações são as seguintes:

### a) Relação $(u-k)$

Na sua forma mais simples admite-se uma relação linear entre a velocidade e a concentração, diminuindo aquela à medida que esta aumenta, isto é, as interações entre os veículos tornam-se cada vez mais importantes. O ponto onde a recta intersecta o eixo das ordenadas é a velocidade máxima, designada por velocidade em regime livre  $u_f$ , que se atinge quando a concentração é praticamente nula. No outro extremo do segmento surge a concentração máxima  $k_j$  obtida no regime de congestionamento com todos os veículos parados.

### b) Relação $(u-q)$

A relação da velocidade com o débito é representada por uma curva onde a parte superior corresponde ao escoamento estável e a parte inferior diz respeito ao escoamento instável. O valor máximo do débito  $q_m$  representa a capacidade à qual está associada a velocidade crítica  $u_m$ , estabelecendo a transição entre os 2 regimes atrás referidos. A velocidade máxima  $u_f$  atinge-se quando o débito é próximo de zero. No entanto, para  $q=0$  pode também acontecer que a velocidade seja nula em situações de completo congestionamento com  $k = k_j$ . Dum modo geral a cada valor de  $q$  vai corresponder 2 velocidades diferentes, uma do regime estável e outra do regime instável, o que reflecte a inaptidão daquela variável, quando utilizada isoladamente, para caracterizar as correntes de tráfego.

É a curva mais calibrada a partir das observações, uma vez que as 2 variáveis são medidas com relativa facilidade. Na definição dos níveis de serviço em estradas é usual recorrer-se a este tipo de relação.

c) Relação ( $q-k$ )

A curva correspondente a esta relação é designada por diagrama básico de tráfego, sendo de grande utilidade em questões relacionadas com o controlo de tráfego. A primeira parte desta curva corresponde ao regime estável, em que o débito aumenta com a concentração até que se atinja o valor máximo, ao qual lhe vai corresponder a concentração crítica  $k_m$ . Para valores da concentração superiores a  $k_m$  o débito vai diminuindo com o aumento da concentração até se anular, o que acontece quando for  $k = k_j$ . Analogamente ao apresentado atrás, vão aparecer 2 valores do débito para condições bastante distintas, pelo que mais uma vez se refere não ser o débito um bom indicador da qualidade do escoamento.

O declive dos raios vectores associados a cada ponto da curva ( $q-k$ ) que identifica o regime de escoamento (Figura 10) é a velocidade. Em particular, a velocidade em regime livre  $u_f$  é dada pelo declive da tangente à curva na origem dos eixos, enquanto que a velocidade crítica  $u_m$  é igual ao declive do raio vector que passa pelo ponto de coordenadas  $(q_m, k_m)$ .

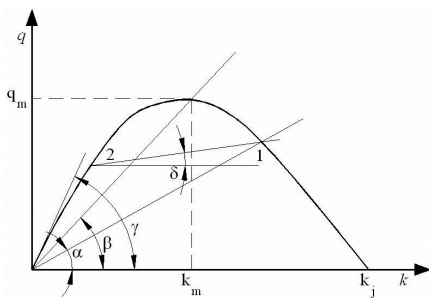


Figura 13 - Diagrama básico de tráfego

Por outro lado, o declive do segmento que une quaisquer 2 pontos da curva corresponde à velocidade de propagação das ondas de choque que resultam das alterações verificadas no escoamento pela passagem de um regime para o outro, identificados na curva pelos pontos atrás assinalados.

Têm sido propostos vários modelos de correntes de tráfego relacionando as variáveis  $q$ ,  $k$  e  $u$ , apresentando-se de alguns deles as suas principais características nos Quadros 4 e 5. Os primeiros modelos a aparecer cobriam uma gama completa de condições de circulação que incluíam o regime livre e o regime congestionado.

Posteriormente surgiram os modelos multi-regimes obtendo-se uma melhor qualidade no ajuste às observações, em particular quando os débitos se aproximam do seu valor máximo (capacidade). Neste caso consideram-se, em vez duma única curva, 2 curvas correspondentes aos regimes fluidos e saturados, formando uma descontinuidade na zona dos débitos próxima do valor da capacidade e tendo o ramo da curva do regime fluido uma ordenada superior à do outro ramo.

Quadro 4 - Modelos de correntes de tráfego

Nome	Relação U-K	Parâmetros	Valores críticos	Exemplos	Propriedades
Greenshields	$U = U_f - \left(\frac{U_f}{K_j}\right)K$	$U_f$ $K_j$	$U_m = \frac{U_f}{2}$ $K_m = \frac{K_j}{2}$ $q_m = \frac{U_f K_j}{4}$	$U = 93,8 - 0,30K$	$U_f$ fácil de obter $K_j$ difícil de medir Relação linear (U-K)
Greenberg	$U = U_m \ln\left(\frac{K_j}{K}\right)$	$U_m$ $K_j$	$K_m = \frac{K_j}{e}$ $q_m = \frac{U_m K_j}{e}$	$U = 37 \ln\left(\frac{120}{K}\right)$	$U_m, K_j$ difícil de medir Regime congestionado $U_f = \infty$
Underwood	$U = U_f e^{-\frac{K}{K_m}}$	$U_f$ $K_m$	$U_m = \frac{U_f}{e}$ $q_m = \frac{U_f K_m}{e}$	$U = 120 e^{-\frac{K}{35}}$	$U_f$ fácil de obter $K_m$ difícil de medir Regime livre $K_j = \infty; u \neq 0$
Drew	$U = U_f \left(1 - \left(\frac{K}{K_j}\right)^{\frac{n+1}{2}}\right)$	$U_f$ $K_j$ $n$			$n=1$ Greenshields $-1 < n < 1$

Quadro 5 - Modelos multi-regime de correntes de tráfego

Nome	Relação U-K	Parâmetros	Valores críticos	Exemplos	Propriedades
Edie	$U = U_f e^{-\frac{K}{K_m}}$ $U = U_m \ln\left(\frac{K_j}{K}\right)$	$U_f, U_m$ $K_j, K_m$		$U = 88 e^{-\frac{K}{102}}, K \leq 30$ $U = 42 \ln\left(\frac{101}{K}\right), K > 30$	Regime livre - Underwood Regime congestionado - Greenberg
Northwestern University	$u = u_f - \left(\frac{U_f}{K_j}\right)K$ $u = U_{f_1} - \left(\frac{U_{f_1}}{K_{j_1}}\right)K$	$U_f, K_j$ $U_{f_1}, K_{j_1}$		$U = 98 - 1,3K, K \leq 40$ $U = 64 - 0,68K, K > 40$	Regime livre e congestionado - Greenshields
Greenberg Modificado	$u = const.$ $U = U_m \ln\left(\frac{K_j}{K}\right)$	constante $U_m, K_j$		$U = 77, K \leq 22$ $U = 51 \ln\left(\frac{90}{K}\right), K > 22$	Regime livre - velocidade constante Regime constante - Greenberg
Modelo 3 Regimes	$u = u_f - \left(\frac{U_f}{K_j}\right)K$ $u = U_{f_1} - \left(\frac{U_{f_1}}{K_{j_1}}\right)K$ $u = U_{f_2} - \left(\frac{U_{f_2}}{K_{j_2}}\right)K$	$U_f, K_j$ $U_{f_1}, K_{j_1}$ $U_{f_2}, K_{j_2}$		$u = 80 - 0,25K, K \leq 25$ $u = 130 - 2,34K, K \leq 40$ $u = 64 - 0,68K, K > 40$	Regime livre, de transição e congestionado - Greenshields

## **BIBLIOGRAFIA**

Gerlough, D. J.; Huber, M. J. - Traffic Flow Theory - A Monograph. Special Report 165, Transportation Research Board, Washington, D. C., 1975.

Costa, A. P. - Cruzamentos Regulados por Sinais Luminosos, FEUP, 1987.

May, A. D. - Traffic Flow Fundamentals, Prentice Hall, New Jersey, 1990.

Salter, R. J.; Hounsell, N. B. - Highway Traffic Analysis Design, 3rd Edition, Palgrave, New York, 1996.

Button, K. J.; Hensher, D. A.; - Handbook of Transport Systems and Traffic Control - Vol. 3, Pergamon, Elsevier Science, 2001.



