

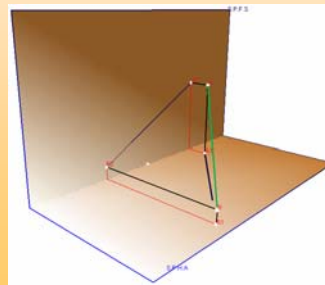
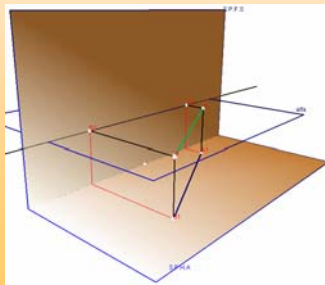


Geometria Descritiva

Mudança de Planos

Introdução

As projecções de uma figura só representam as suas verdadeiras grandezas se essa figura está contida num plano paralelo aos planos projectantes. Caso contrário as projecções e a verdadeira grandeza têm valores diferentes.



Geometria Descritiva

Mudança de Planos

Mantendo fixa a figura a projectar, podemos mudar os planos de projecção, e tornar assim um dos planos paralelo ao plano da figura.

Os novos planos têm de manter a perpendicularidade para se continuar a ter um sistema ortogonal de projecção.

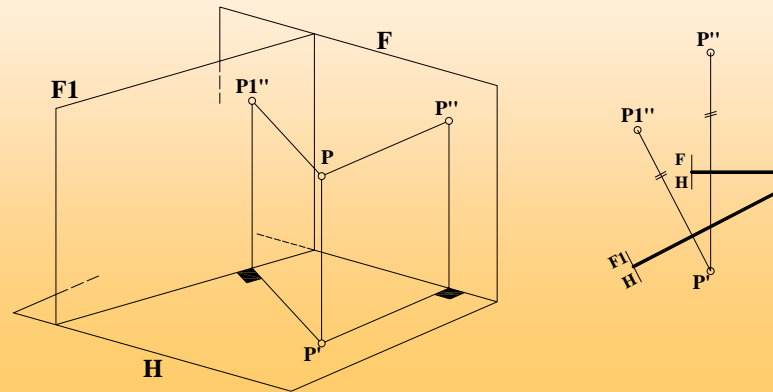
Para executar este processo só se pode mudar um plano de cada vez.



Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Novas Projecções do Ponto

Mantendo o plano H de projecção e substituindo F por um novo plano F1.



Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Novas Projecções do Ponto

Como o plano H se mantém também se mantém a cota de qualquer ponto. Assim:

- ★ quando se faz a substituição do plano frontal F, mantém-se a projecção horizontal do ponto;
- ★ a nova projecção frontal situa-se sobre a linha de referência perpendicular à nova Linha de Terra (F1;H) de modo a conservar o valor e o sinal da cota.
- ★ quando se pretende a mudança dos dois planos de projecção, a mesma deve ser feita de forma sequencial:

$$H, F \rightarrow H, F1 \rightarrow H1, F1$$

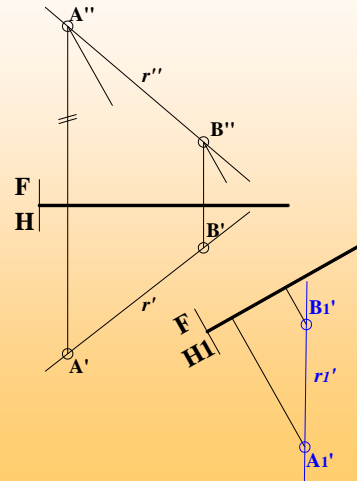
$$H, F \rightarrow H1, F \rightarrow H1, F1$$



Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Novas Projecções da Recta

Para construir as novas projecções de uma recta sujeitam-se dois dos seus pontos à mudança de planos pretendida e unem-se as novas projecções homónimas dos pontos.



Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Novas Projecções da Recta

Posições particulares - 1:

- ★ Uma recta qualquer pode transformar-se numa recta de frente substituindo o plano F, ou numa de nível substituindo H;
- ★ Esta transformação permite determinar os ângulos de uma recta com os planos coordenados; o ângulo com o plano horizontal não se modifica mudando o plano F e revela-se em verdadeira grandeza ao transformar a recta numa recta de frente.

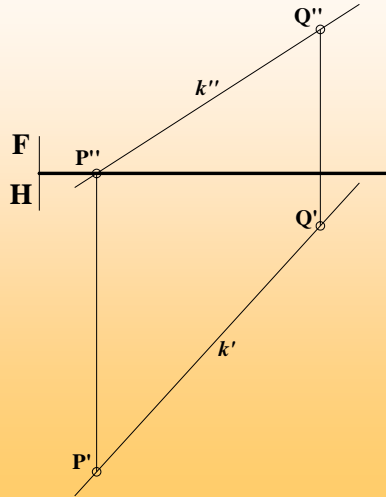


Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Novas Projecções da Recta

Posições particulares - 1:

Determinar o ângulo da recta k com o plano H.

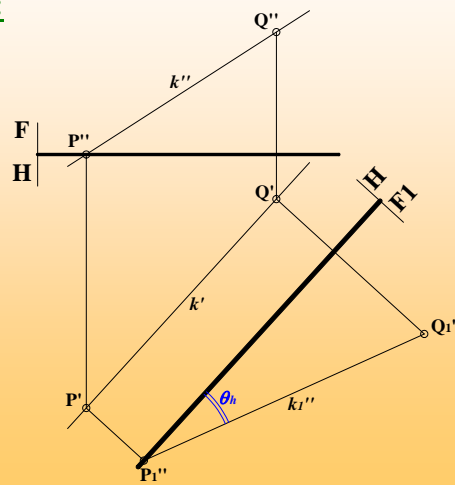


Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Novas Projecções da Recta

Posições particulares - 1:

Transformar a recta k numa recta de frente e determinar o ângulo.



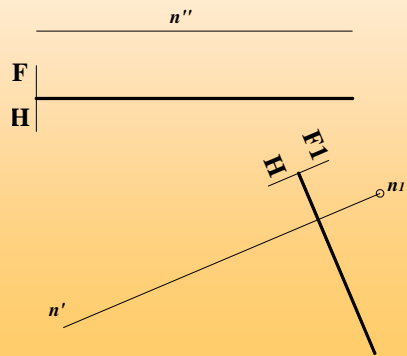


Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Novas Projecções da Recta

Posições particulares - 2:

- ★ Uma recta de nível pode transformar-se numa de topo substituindo o plano F, e uma de frente em recta vertical substituindo H.



Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Novas Projecções da Recta

Posições particulares - 3:

- ★ Uma recta qualquer pode ser transformada em recta de topo mediante duas transformações sucessivas dos planos H e F, a primeira transforma em recta de nível e a segunda em recta de topo;

$$H, F \rightarrow H1, F \rightarrow H1, F1$$

- ★ Uma recta qualquer pode ser transformada em recta vertical mediante duas transformações sucessivas dos planos H e F, a primeira transforma em recta de frente e a segunda em recta vertical;

$$H, F \rightarrow H, F1 \rightarrow H1, F1$$



Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Novas Projecções do Plano

Para construir as novas projecções dos elementos que definem um plano são normalmente utilizadas as suas principais (rectas de nível ou de frente) dada a simplicidade da construção.

Na substituição do plano F convém utilizar rectas de nível; na substituição do plano H convém utilizar rectas de frente.

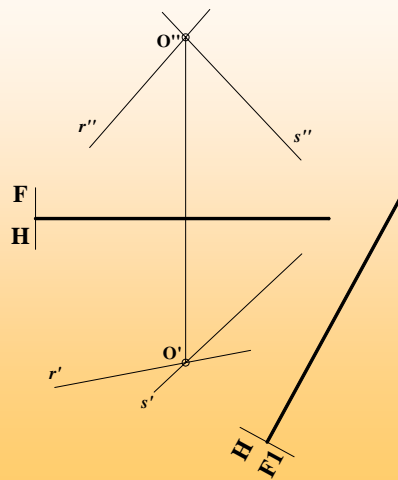


Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Novas Projecções do Plano

Dado o plano definido pelas rectas concorrentes r e s .

Determinar as novas projecções para a substituição de planos indicada.

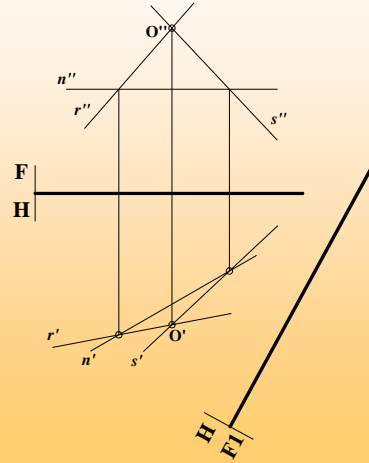




Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Novas Projecções do Plano

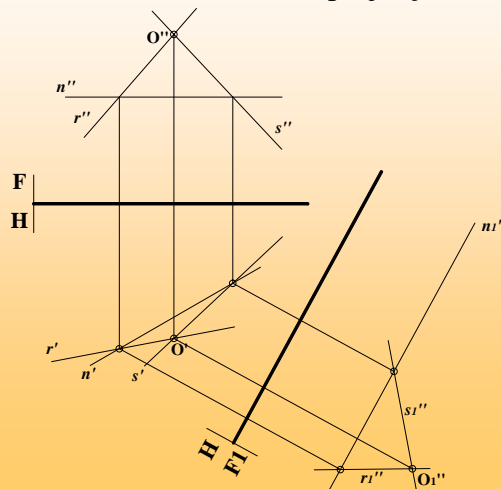
Uma vez que se pretende uma mudança do plano frontal vamos determinar uma recta de nível do plano.



Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Novas Projecções do Plano

Por fim determinam-se as novas projecções.





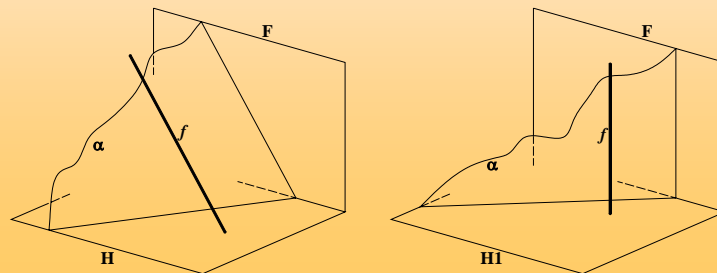
Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Novas Projecções do Plano

Posições particulares - 1:

As rectas de frente de um plano vertical são sempre rectas verticais.

Assim, um plano qualquer é transformado num plano vertical substituindo o plano H por outro H1 perpendicular às rectas de frente do plano.



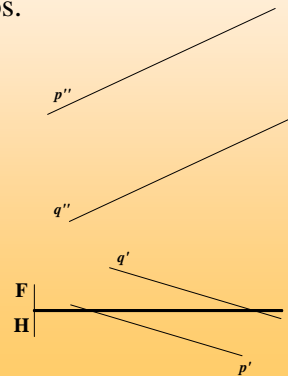
Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Novas Projecções do Plano

Posições particulares - 1:

Esta transformação não altera o ângulo que o plano dado faz com o plano F e o mesmo revela-se em verdadeira grandeza após a mudança de planos.

Dado o plano oblíquo definido pelas rectas paralelas p e q , transformá-lo num plano vertical e determinar o ângulo do mesmo com o plano frontal.

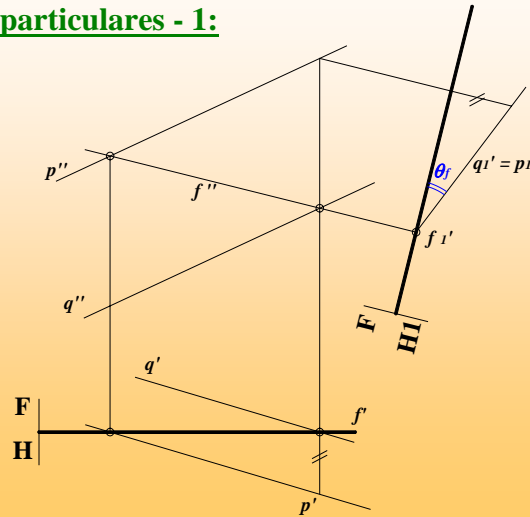




Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Novas Projecções do Plano

Posições particulares - 1:



Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Novas Projecções do Plano

Posições particulares - 2:

As rectas de nível de um plano topo são sempre rectas topo.

Assim, um plano qualquer é transformado num plano de topo substituindo o plano F por outro F1 perpendicular às rectas de nível do plano.

Esta transformação não altera o ângulo que o plano dado faz com o plano H e o mesmo revela-se em verdadeira grandeza após a mudança de planos.

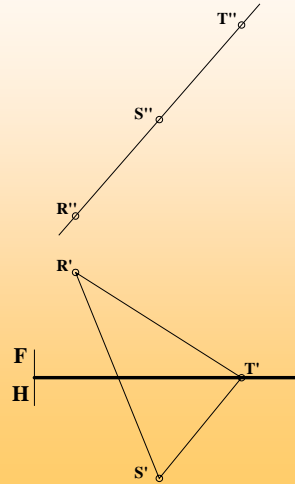


Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Novas Projecções do Plano

Posições particulares - 3:

Um plano de topo transforma-se em de nível substituindo o plano H por outro H1 paralelo ao plano dado.

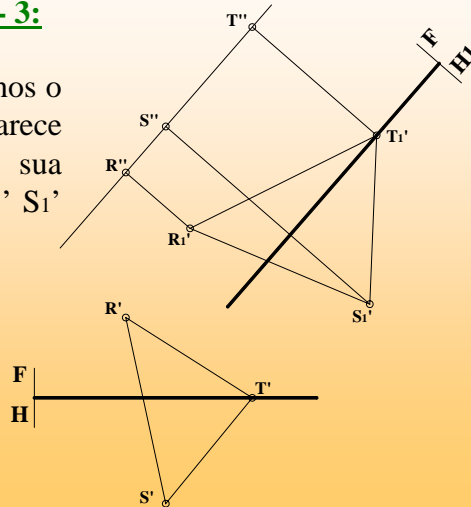


Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Novas Projecções do Plano

Posições particulares - 3:

Após a mudança de planos o triângulo RST aparece representado com a sua verdadeira grandeza ($R_1' S_1' T_1'$)





Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Novas Projecções do Plano

Posições particulares - 4:

Um plano vertical transforma-se em de frente substituindo o plano F por outro F1 paralelo ao plano dado.

Posições particulares - 5:

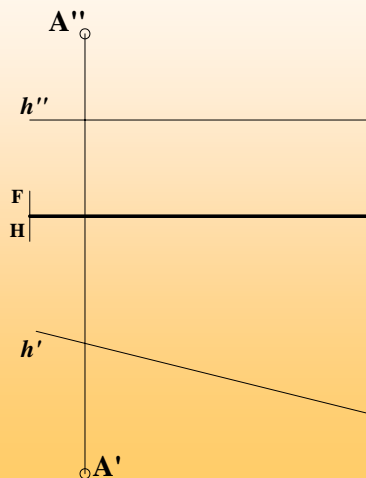
Duas substituições sucessivas de referencial podem transformar um plano qualquer num plano paralelo aos planos de projecção (de nível ou de frente).



Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Distância de um ponto a uma recta

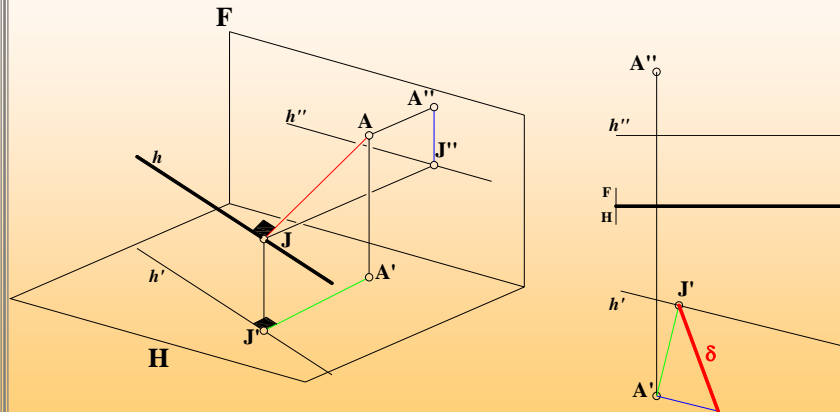
Determinar a distância do ponto A à recta de nível h .





Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Distância de um ponto a uma recta



Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Distância de um ponto a uma recta

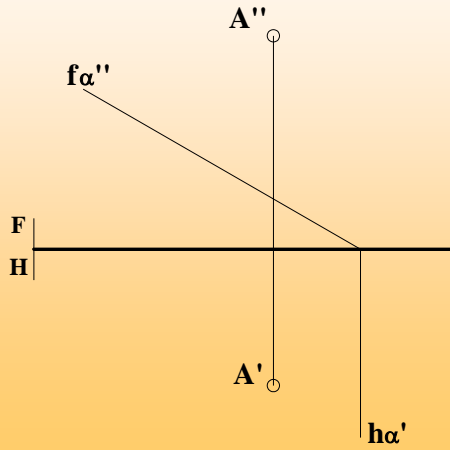
- ★ No caso de a recta dada ser de frente a distância é obtida por raciocínios semelhantes aplicados às projecções frontais;
- ★ Se for uma recta em qualquer posição esta pode ser transformada numa recta de nível ou de frente através de uma mudança de planos.



Geometria Descritiva

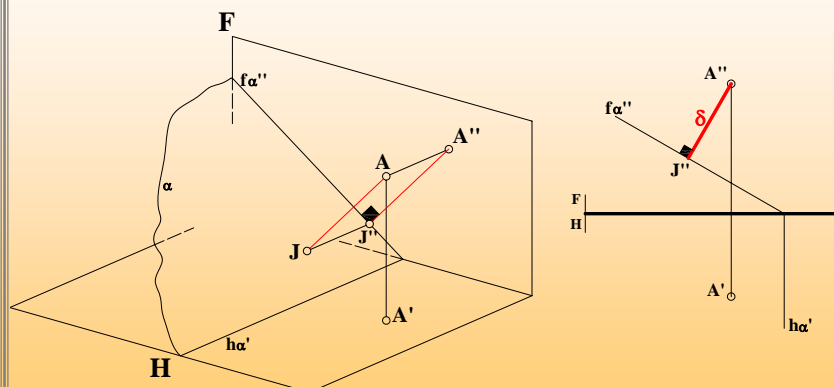
Mudança de Planos – Distância de um ponto a um plano

Determinar a distância do ponto **A** ao plano α .



Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Distância de um ponto a um plano





Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Distância de um ponto a uma recta

- ★ No caso de o plano ser vertical a distância é obtida por raciocínios semelhantes aplicados às projecções horizontais;
- ★ Se for um plano em qualquer posição este pode ser transformado num plano de topo ou vertical através de uma mudança de planos.



Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Distância entre duas rectas enviesadas

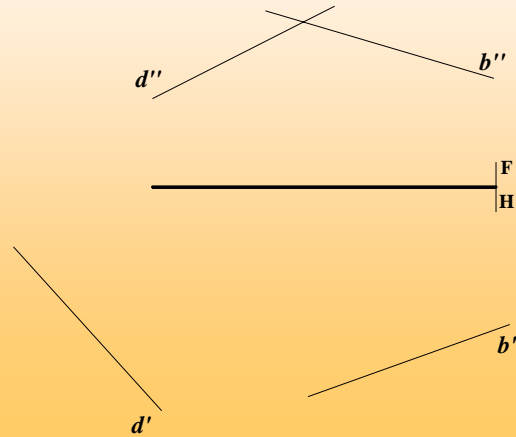
- ★ Para determinar a distância entre duas rectas, b e d , enviesadas constrói-se o plano que contém uma delas, por exemplo b , e é paralelo à outra;
- ★ A distância procurada é a da recta d ao novo plano; o problema fica reduzido à distância de uma recta a um plano que lhe é perpendicular;
- ★ Se o plano em causa for projectante (topo ou vertical) o problema é de solução imediata.



Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Distância entre duas rectas enviesadas

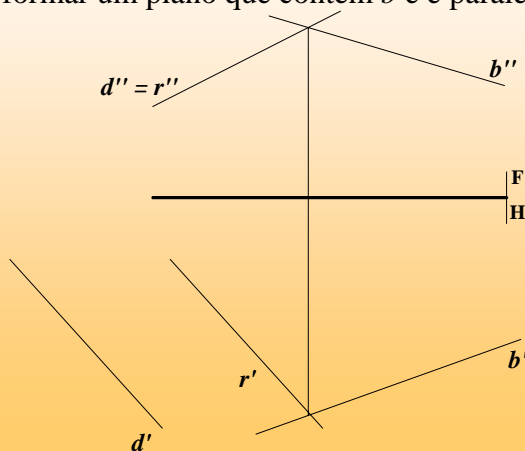
Determinar a distância entre as duas rectas enviesadas b e d .



Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Distância entre duas rectas enviesadas

Determinar uma recta r paralela a d e concorrente a b de modo a formar um plano que contém b e é paralelo a d .

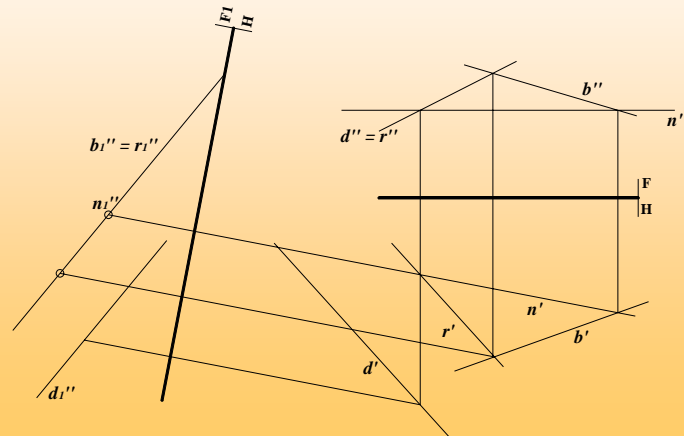




Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Distância entre duas rectas enviesadas

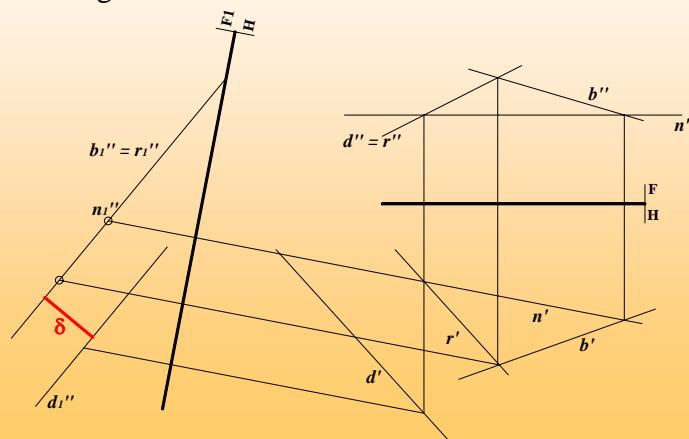
Transformar o novo plano num plano projectante, por exemplo de topo, através de uma mudança de planos.



Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Distância entre duas rectas enviesadas

A distância pretendida pode agora ser encontrada na sua verdadeira grandeza.

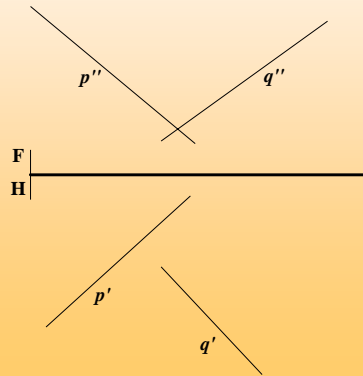




Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Ângulo de duas rectas

O ângulo que entre si formam duas rectas é igual ao ângulo que entre si formam as correspondentes projecções quando o plano de projecção for paralelo a ambas as rectas.

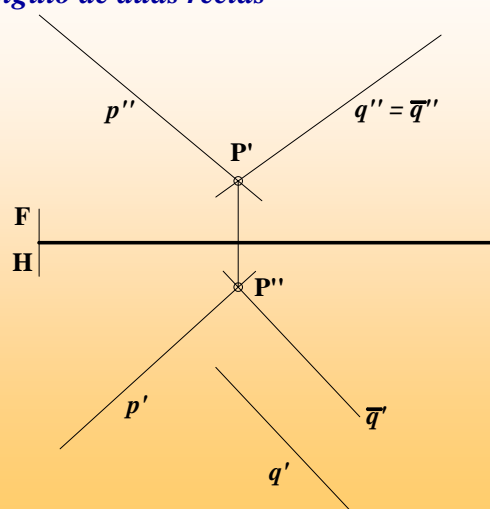


Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Ângulo de duas rectas

Construir um plano auxiliar que contém a recta p e uma recta \bar{q} paralela a q e concorrente com p no ponto P .

O objectivo será transformar este novo plano num plano de frente





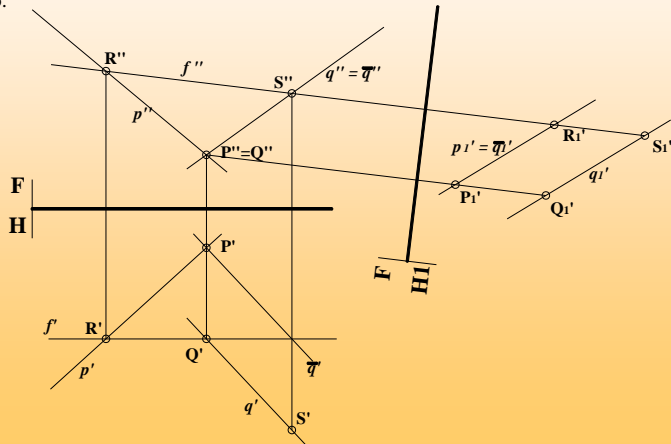
Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Ângulo de duas rectas

Transformar o novo plano num plano de frente requer duas mudanças de planos.

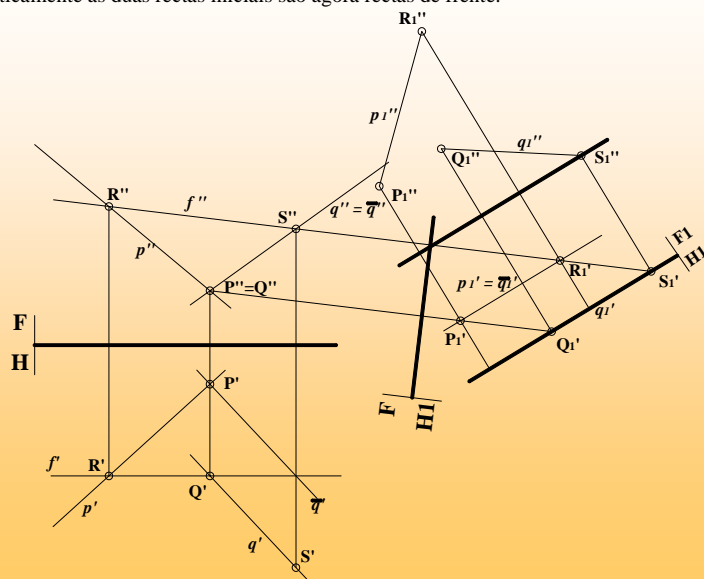
A primeira transforma o plano num plano vertical; para isso usa-se uma recta de frente do plano.

Escola Superior de Tecnologia de Viseu
Departamento de Engenharia Civil

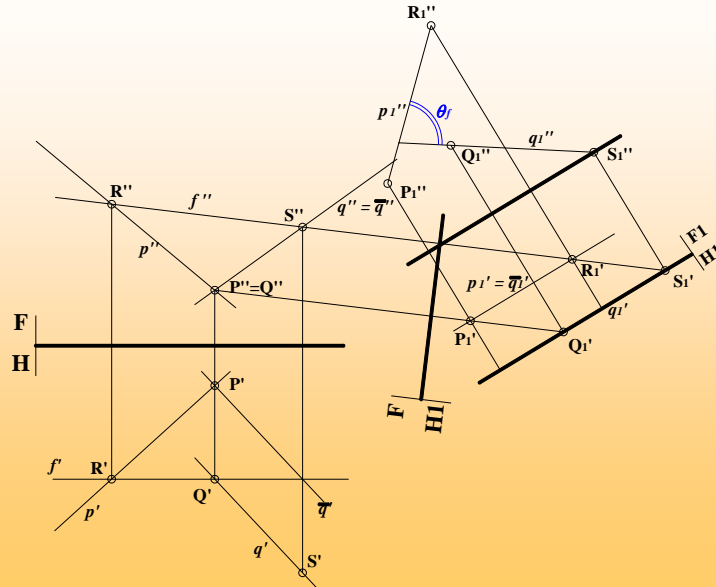


Por fim através de uma mudança do plano F transforma-se o plano num plano de frente e automaticamente as duas rectas iniciais são agora rectas de frente.

Escola Superior de Tecnologia de Viseu
Departamento de Engenharia Civil



O ângulo pretendido aparece agora em verdadeira grandeza na projecção frontal.



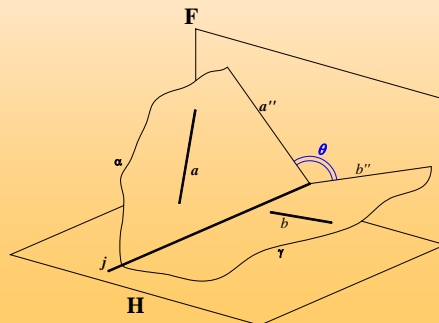
Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Ângulo de dois planos

Se os dois planos em causa forem de topo, o ângulo entre os dois é o ângulo entre as projecções verticais de quaisquer duas rectas dos planos.

Os dois planos serão de topo de a sua recta de intersecção for de topo.

Conclusões semelhantes podem ser retiradas se os planos forem verticais e a sua intersecção vertical.





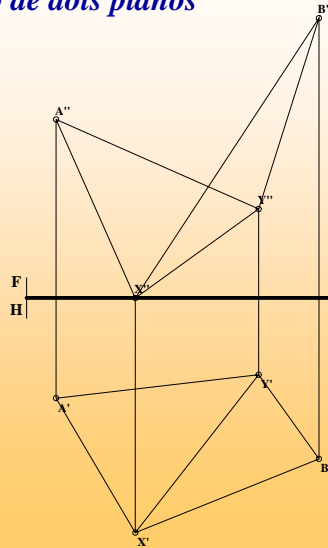
Geometria Descritiva

Mudança de Planos – Ângulo de dois planos

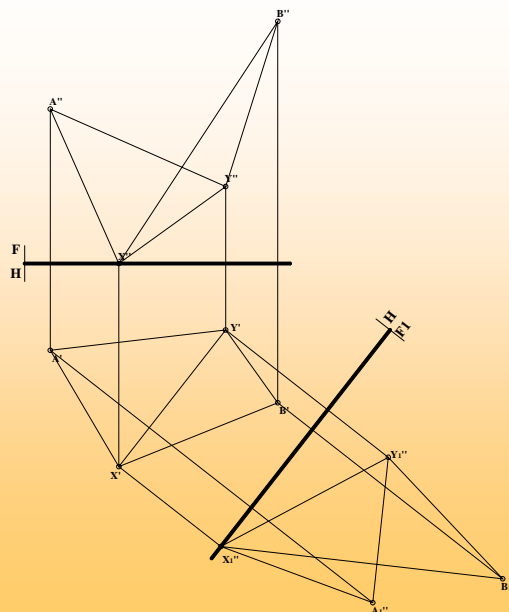
Dados os planos AXY e BXY determinar o ângulo entre eles.

A intersecção dos dois planos já é conhecida, recta XY .

Para determinar o ângulo pretendido transforma-se essa recta numa recta vertical.



Numa primeira mudança dos planos passa-se a recta a recta de frente mudando o plano F .



Na segunda mudança a recta fica vertical e o ângulo aparece na sua verdadeira grandeza.



Escola Superior de Tecnologia de Viseu
Departamento de Engenharia Civil

