



Departamento de Engenharia Electrotécnica
Ficha de exercícios nº6

Descrição:	Sistemas discretos Resposta a entrada-nula; Resposta a impulso; Resposta a estado-nulo Resposta completa de um sistema discreto Cálculo iterativo da resposta. Estabilidade de sistemas discretos
------------	---

Exercício 1:

Determine iterativamente os três primeiros termos da resposta dos seguintes sistemas:

- $y[k + 1] - 0.5y[k] = 0$, com $y[-1]=10$
- $y[k + 1] + 2y[k] = f[k + 1]$, com $f[k] = e^{-k}u[k]$ e $y[-1]=0$
- $y[k] - 0.6y[k - 1] - 0.16y[k - 2] = 0$ com $y[-1]=-25$, $y[-2]=0$
- $y[k + 2] + \frac{1}{4}y[k + 1] + \frac{1}{16}y[k] = f[k + 2]$ com $y[-1]=y[-2]=0$ e $f[k] = 100u[k]$
- $y[k + 2] + 3y[k + 1] + 2y[k] = f[k + 2] + 3f[k + 1] + 3f[k]$ com $f[k] = (3)^k u[k]$, $y[-1]=3$ e $y[-2]=2$.

Exercício 2:

Determine iterativamente (3 primeiros termos) e esboce a resposta a entrada-nula dos sistemas descritos pelas seguintes equações às diferenças.

- $y[k + 1] - 0.8y[k] = 3f[k + 1]$
 - $y[k + 1] + 0.8y[k] = 3f[k + 1]$
- Em cada caso a condição inicial é $y_0[-1]=10$.

Exercício 3:

Determine a resposta a entrada-nula dos seguintes sistemas definidos por equações às diferenças. Esboce os primeiros termos dessa resposta.

- $y[k + 2] + 3y[k + 1] + 2y[k] = 3x[k]$ se $y[-1]=0$, $y[-2]=1$
- $y[k + 2] + 2y[k + 1] + y[k] = 2x[k + 1] + x[k]$ se $y[-1]=1$, $y[-2]=1$
- $y[k + 2] - 2y[k + 1] + 2y[k] = 10x[k + 2] + 22x[k + 1] + 2x[k]$ se $y[-1]=1$, $y[-2]=0$
- $(E^2 + 2E + 2)y[k] = (3E + 1)x[k]$ se $y[0]=0$, $y[1]=2$

Exercício 4:

Determine a resposta a entrada-nula dos sistemas descritos pelas equações:

- $y[k] + 0.3y[k - 1] - 0.1y[k - 2] = f[k] + 2f[k - 1]$ (condições iniciais: $y_0[-1]=1$ e $y_0[-2]=33$).
- $y[k] + 4y[k - 2] = 2f[k]$ (condições auxiliares: $y_0[0] = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ e $y_0[1] = \sqrt{2}$).

Verifique a solução determinando de forma iterativa os três primeiros termos.
Sugestão: expresse primeiro a equação na forma de operador avanço.

Exercício 5:

Determine iterativamente a resposta a impulso unitário $h[k]$ de um sistema LITD especificado pela equação

$$y[k] - 0.6y[k - 1] - 0.16y[k - 2] = 5f[k]$$

Exercício 6:

Determine a resposta a impulso unitário $h[k]$ de um sistema LITD especificado pela equação:

a) $y[k + 1] + 2y[k] = f[k]$

b) $y[k + 1] + 2y[k] = f[k + 1]$

c) $(E^2 - 6E + 9)y[k] = Ef[k]$

d) $y[k] - 6y[k - 1] + 25y[k - 2] = 2f[k] - 4f[k - 1]$

e) $y[k + 2] - 5y[k + 1] + 6y[k] = 8f[k + 1] - 19f[k]$

f) $y[k] - 1.6y[k - 1] + 0.8y[k - 2] = f[k] - f[k - 1]$

g) $y[k + 2] - 4y[k + 1] + 4y[k] = 2f[k + 2] - 2f[k + 1]$

Exercício 7:

Determine a resposta a estado-nulo $y[k]$ de um sistema LITD sendo a entrada $f[k] = e^{-k}u[k]$ e cuja resposta a impulso é dada por:

a) $h[k] = (-2)^k u[k]$

b) $h[k] = \frac{1}{2} [\delta[k] - (-2)^k] u[k]$

Exercício 8:

Determine a resposta a estado-nulo quando

a) $f[k] = (3)^{k+2} u[k]$ e $h[k] = [(2)^k - 5(3)^k] u[k]$.

b) $f[k] = (3)^{-k} u[k]$ e $h[k] = 7k(4)^k u[k]$.

c) $f[k] = (2)^k u[k]$ e $h[k] = (3)^k \cos\left(\frac{\pi}{3}k - 0.5\right) u[k]$.

Exercício 9:

Determine a resposta a estado-nulo $y[k]$ de um sistema LITD se a sua resposta a impulso for $h[k] = (0.5)^k u[k]$, e se a entrada for:

a) $f[k] = 2^k u[k]$

b) $f[k] = 2^{k-3} u[k]$

c) $f[k] = 2^k u[k - 2]$

Exercício 10:

Determine o valor da resposta total no instante $k=1$ de um sistema definido por:

$$y[k + 1] + 2y[k] = f[k + 1]$$

se $y[-1]=10$ e se a entrada for $f[k] = e^{-k}u[k]$.

Exercício 11:

As equações seguintes definem vários sistemas LITD. Determine quais deles são estáveis, marginalmente estáveis ou instáveis.

a) $y[k + 2] + 0.6y[k + 1] - 0.16y[k] = f[k + 1] - 2f[k]$

b) $(E^2 + 1)(E^2 + E + 1)y[k] = Ef[k]$



c) $(E - 1)^2 \left(E + \frac{1}{2} \right) y[k] = (E + 2) f[k]$

d) $y[k] + 2y[k - 1] + 0.96y[k - 2] = 2f[k - 1] + 3f[k - 2]$

e) $(E^2 - 1)(E^2 + 1)y[k] = f[k]$