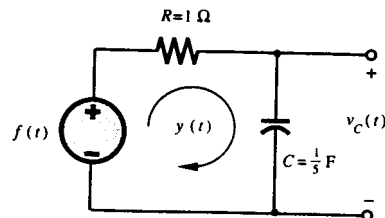


Departamento de Engenharia Electrotécnica
Ficha de exercícios nº3

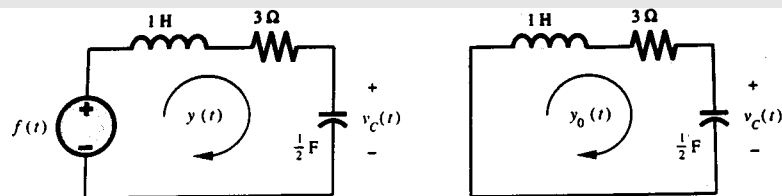
Descrição:	Determinação de equações diferenciais relativas a sistemas eléctricos. Resposta a entrada-nula de um sistema. Equações diferenciais simultâneas.
------------	--

Exercício 1:

Considere o circuito ilustrado na figura



- Determine a equação que relaciona a entrada com a saída do circuito RC da figura, sendo a entrada a tensão $f(t)$ e sendo a saída a corrente $y(t)$.
- Determine a resposta a entrada-nula do sistema.

Exercício 2:

- Determine a equação diferencial que relaciona a saída do sistema (corrente que flui no circuito) com a entrada (tensão na fonte).
- Determine a resposta a entrada-nula $y_0(t)$ (figura(b)) para as condições iniciais $y_0(0) = 2$, $\frac{dy_0(0)}{dt} = 5$.

Exercício 3:

Um sistema LITC é especificado pela equação:

$$(D^2 + 5D + 6)y(t) = (D + 1)x(t)$$

- Determine o polinómio característico, a equação característica, as raízes características e os modos característicos do sistema.
- Determine o valor do sinal de saída no instante 1s caso a entrada seja nula e as condições iniciais forem $y_0(0) = 2$ e $\frac{dy_0(0)}{dt} = -1$.

Exercício 4:Um biólogo determinou que uma colónia de bactérias ocupa uma área $y(t)$ que é função do alimento que lhes é fornecido $x(t)$:

$$(D^2 + 4D + 4)y(t) = (D)x(t)$$



- a) Assumindo que no instante de início da experiência lhes deixa de ser fornecido qualquer alimento e que nesse momento a área ocupada era de 3cm^2 e que a taxa de crescimento da colónia de bactérias era negativa e de $4\text{cm}^2/\text{hora}$, determine qual a área ocupada pelas bactérias 2 horas depois.
- b) Será que a colónia se vai extinguir completamente a curto prazo devido à ausência de alimento fornecido pelos biólogos?

Exercício 5:

Para um sistema LITC especificado pela equação diferencial:

$$(D^2 + 6D + 9)y(t) = (3D + 5)x(t)$$

Determinar $y_0(t)$, resposta a entrada-nula, se as condições iniciais forem

$$y_0(0) = 3 \text{ e } \dot{y}_0(0) = -7.$$

Exercício 6:

Um economista modelou um índice de qualificação do estado da economia de um país ($y(t)$) em função dos fundos europeus recebidos ($x(t)$), onde t é dado em meses.

$$(D^2 + 9)y(t) = (3D + 2)x(t)$$

Sabendo que o país deixou de receber fundos e que nessa altura o índice era nulo mas apresentava uma tendência (taxa) de subida de 6 pontos:

- a) Determine a expressão que define o comportamento do índice no período que se seguiu ao corte de fundos.
- b) De quantos em quantos meses se verifica um bom índice económico para o país?
- c) Um ano após o corte estará o país a atravessar um bom momento económico?

Exercício 7:

Um foguetão é lançado com o objectivo de colocar um satélite na cintura geostacionária. A sua localização em altitude ($y(t)$) depende do consumo instantâneo de combustível ($x(t)$).

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + 2x(t)$$

- a) Assumindo que quando o combustível se esgotou o foguetão se encontrava a uma altitude de 10.000Kms e com uma velocidade de ascensão de $25.800\text{km}/\text{dia}$, determine a altitude máxima a que poderá ser colocado o satélite.
- b) Esboce a curva de altitude em função do tempo do foguetão após terminar o combustível.

Exercício 8:

Pretende-se que um sistema electrónico que apresente uma saída oscilatória que se extinga com o tempo quando a entrada é nula. Um engenheiro electrotécnico projectou um sistema cuja equação que relaciona a saída com a entrada é:

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} - \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \log\left(\frac{2}{\pi}\right) \frac{dx(t)}{dt} + \frac{\sqrt{\pi}}{7} x(t)$$

Cumprirá este sistema os requisitos impostos?

Exercício 9:

Um sistema é descrito por:

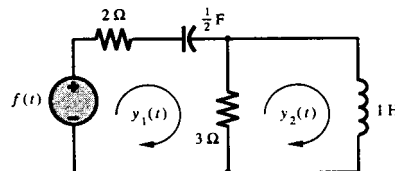
$$(D+1)(D^2+5D+6)y(t) = Dx(t)$$

Determine a sua resposta a entrada-nula, sabendo que $y_0(0) = 2$, $\dot{y}_0(0) = -1$ e $\ddot{y}_0(0) = 5$.

Exercício 10:

Para o circuito ilustrado determine a equação diferencial que relaciona:

- a.1) a corrente de malha $y_1(t)$ com a entrada $f(t)$.
- a.2) a corrente de malha $y_2(t)$ com a entrada $f(t)$.



Exercício 11:

Repita o exercício anterior para o circuito ilustrado.

